

## 2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 5

1.º Período

10/12/2020

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. A neta do Sr. Nunes costuma andar num triciclo antigo, idêntico ao da figura do lado, onde colocou, na roda da frente, um pequeno enfeite colorido num dos raios (ponto médio desse raio assinalado pela letra  $F$  na segunda figura).



Numa das vezes em que a neta do Sr. Nunes andou no triciclo, em linha reta e a uma velocidade constante, foi registado o tempo que o triciclo demorou a percorrer um certo percurso. Nenhuma das rodas do triciclo derrapou nem patinou.

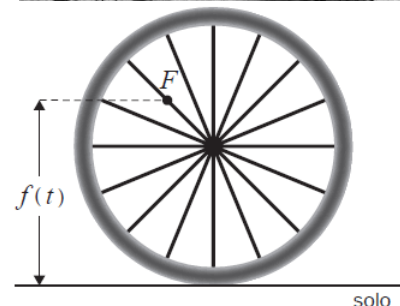
Sabe-se que,  $t$  segundos após o triciclo ter começado a andar, a distância do centro do enfeite ao solo é dada, em centímetros, por

$$f(t) = 12 - 6\cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right), \text{ com } t \geq 0.$$

O argumento da função cosseno está em radianos.

- 1.1. Quantas voltas completas deu a roda da frente do triciclo num percurso de 13 metros?

(A) 16 (B) 17  
(C) 18 (D) 19



- 1.2. Durante o primeiro segundo, após o triciclo começar a andar, a distância do centro do enfeite ao solo foi inferior a 10 centímetros durante algum tempo.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, esse tempo.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- determine as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às centésimas;
- apresente o valor pedido arredondado às décimas.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, época especial de 2019



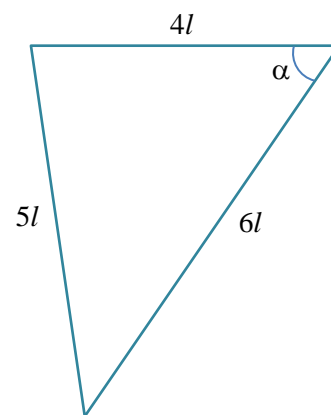
2. Seja  $l$  um número real positivo.

Na figura está um triângulo cujos lados medem  $4l$ ,  $5l$  e  $6l$ .

Seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo formado pelos lados que medem  $4l$  e  $6l$ .

Qual é, em graus e com aproximação às unidades, a amplitude de  $\alpha$ ?

- (A)  $55^\circ$
- (B)  $56^\circ$
- (C)  $48^\circ$
- (D)  $49^\circ$



3. Considere a função  $g$  definida por  $g(x) = \text{tg } \frac{x}{5} + 1$ .

3.1. Qual é o domínio da função  $g$ ?

- (A)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{5} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- (B)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{5\pi}{2} + 10\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- (C)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{5} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- (D)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{5\pi}{2} + 5\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$

3.2. Determine todos os zeros da função  $g$  no intervalo  $\left] \frac{5\pi}{2}, 10\pi \right[$ .

4. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma quadrangular regular reto  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- o vértice  $E$  tem coordenadas  $(-6, 6, 10)$ ;
- o vértice  $G$  tem coordenadas  $(-6, 12, 4)$ ;
- o vetor  $\vec{AE}$  tem coordenadas  $(-4, 8, 8)$ .

4.1. Indique as coordenadas de dois vetores, não nulos, perpendiculares ao vetor  $\vec{AE}$ , não colineares entre si.

4.2. Para um certo número real não nulo  $k$ , o vetor  $\vec{u}(2-k, k, 0)$  é perpendicular ao vetor  $\vec{AE}$ . Qual é o valor de  $k$ ?

- (A)  $-\frac{1}{4}$
- (B)  $-\frac{2}{3}$
- (C)  $\frac{1}{4}$
- (D)  $\frac{2}{3}$

4.3. Determine a amplitude do ângulo  $ECC$ .

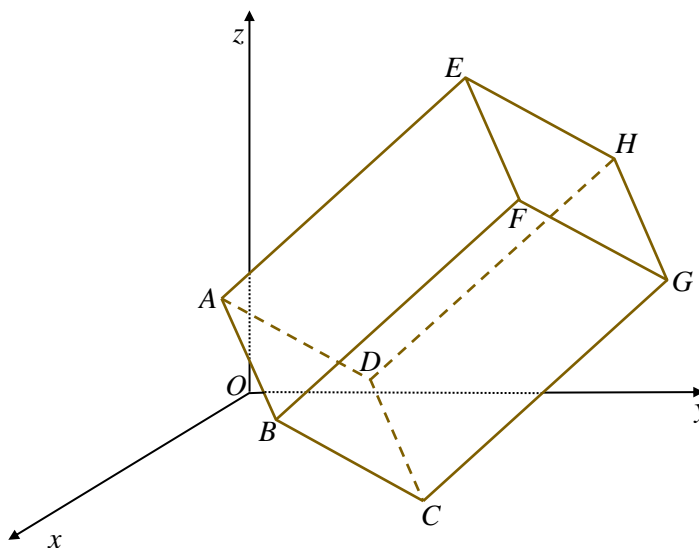
Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

4.4. Determine, na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , uma equação do plano:

- 4.4.1.  $EFG$ ;
- 4.4.2. mediador do segmento de reta  $[EG]$ .

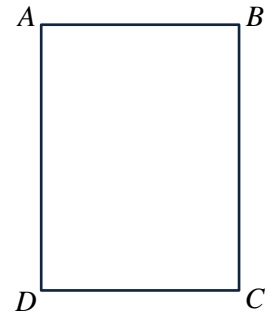
4.5. Determine o volume do prisma  $[ABCDEFGH]$ .



5. Na figura ao lado está representado o retângulo  $[ABCD]$ .

Qual é a proposição falsa?

- (A)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$
- (B)  $\vec{AB} \cdot \vec{AB} = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$
- (C)  $\vec{AB} \cdot \vec{CA} = \vec{CD} \cdot \vec{AC}$
- (D)  $\vec{DC} \cdot \vec{DB} > 0$



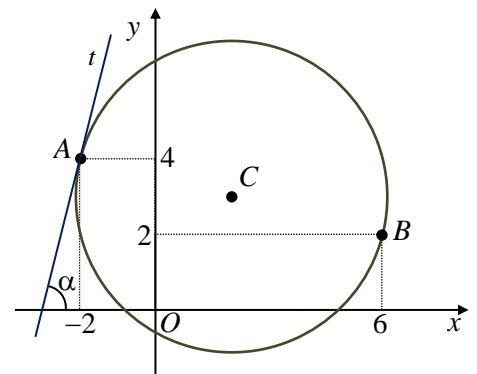
6. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da figura:

- a circunferência de diâmetro  $[AB]$  e centro  $C$ , com  $A(-2,4)$  e  $B(6,2)$ ;
- a reta  $t$ , tangente à circunferência no ponto  $A$ .

6.1. Seja  $\alpha$  a inclinação da reta  $t$ .

Determine a equação reduzida de  $t$  e o valor de  $\alpha$  (em radianos, arredondado às décimas).

6.2. Usando o produto escalar de vetores, determine uma equação simplificada da circunferência da figura.



7. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $s$  de equação  $4x - 3y + 35 = 0$ .

Sabe-se que  $s$  é tangente a uma circunferência de centro  $C(0, -5)$ .

Determine o raio dessa circunferência.

FIM





### COTAÇÕES

| Item                |      |    |      |      |      |      |      |        |        |      |    |      |      |    |     |
|---------------------|------|----|------|------|------|------|------|--------|--------|------|----|------|------|----|-----|
| Cotação (em pontos) |      |    |      |      |      |      |      |        |        |      |    |      |      |    |     |
| 1.1.                | 1.2. | 2. | 3.1. | 3.2. | 4.1. | 4.2. | 4.3. | 4.4.1. | 4.4.2. | 4.5. | 5. | 6.1. | 6.2. | 7. | 200 |
| 8                   | 16   | 8  | 8    | 16   | 8    | 8    | 20   | 16     | 16     | 16   | 8  | 16   | 16   | 20 |     |