

QUESTÃO-AULA – Matemática A 12.º ano

Nome: _____ Turma: ____ N.º ____ Data: ____/____/____
Classificação: _____ Prof.: _____ Enc. Ed.: _____

A Ana frequenta uma escola secundária.

1. A turma da Ana tem 20 alunos e vai ser dividida em dois turnos de 10 alunos.

1.1 A escolha dos alunos de cada turno será feita aleatoriamente.

Qual é a probabilidade de a Ana e duas das suas colegas, a Bruna e a Carla, ficarem no mesmo turno?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.2 Os 10 alunos do turno a que a Ana vier a pertencer sentar-se-ão numa sala com 3 filas de bancadas com 4 lugares cada.

De quantas maneiras distintas se podem sentar os alunos desse turno na sala, de modo que a Ana fique na fila da frente?

2. Na escola da Ana, 85% dos alunos não estuda Francês, 10% estuda Inglês e Francês e 80% estuda pelo menos uma destas línguas.

Escolhe-se ao acaso um aluno da escola.

2.1 Qual é a probabilidade de o aluno não estudar Francês nem Inglês?

Apresenta o resultado em percentagem.

2.2 Qual é a probabilidade de o aluno estudar Francês mas não estudar Inglês?

Apresenta o resultado em percentagem.

2.3 Qual é a probabilidade de o aluno estudar Francês, sabendo que estuda Inglês?

Apresenta o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

COTAÇÕES

1.1	1.2	2.1	2.2	2.3
55	30	20	40	55

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

1.1 Para constituir um dos turnos, escolhem-se aleatoriamente 10 dos 20 alunos da turma, constituindo os restantes alunos o outro turno, ou seja, existem ${}^{20}C_{10}$ maneiras possíveis para constituir os dois turnos.

Para que as 3 colegas fiquem no mesmo turno, há 2 hipóteses (ficam num dos dois turnos). Para cada uma destas hipóteses, existem ${}^{17}C_7$ maneiras de escolher 7 entre os 17 restantes alunos da turma para completar o turno a que as 3 amigas venham a pertencer. Os restantes 10 alunos ficam no outro turno.

A probabilidade pedida é dada por $\frac{2 \times {}^{17}C_7}{{}^{20}C_{10}}$, ou seja, é igual a $\frac{4}{19}$.

Alternativamente, poder-se-ia tomar um espaço de resultados considerando ordenação na escolha dos alunos e, assim, a resolução do item seria:

$$\frac{17 \times {}^{10}A_3 \times 2}{20!} = \frac{4}{19}$$

1.2 Para que a Ana fique na fila da frente, existem 4 possibilidades (cada um dos 4 lugares da bancada) e, para cada uma destas, existem ${}^{11}A_9$ possibilidades para sentar os restantes 9 colegas do turno. Assim, existem $4 \times {}^{11}A_9 = 79833600$ maneiras distintas de sentar os alunos do turno da Ana, na sala, de modo que a Ana fique na fila da frente.

2. Designemos por F o acontecimento «o aluno estuda Francês» e por I o acontecimento «o aluno estuda Inglês».

$$\mathbf{2.1} \quad P(\overline{F} \cap \overline{I}) = P(\overline{F \cup I}) = 1 - P(F \cup I) = 1 - 0,8 = 0,2$$

A probabilidade de o aluno não estudar Francês nem Inglês é 20%.

$$\mathbf{2.2} \quad P(F) = 1 - P(\overline{F}) = 1 - 0,85 = 0,15$$

$$P(F \cap I) = 0,1$$

$$P(F \cap \overline{I}) = P(F) - P(F \cap I) = 0,15 - 0,1 = 0,05$$

A probabilidade de o aluno estudar Francês e não estudar Inglês é 5%.

$$\mathbf{2.3} \quad P(F) = 0,15; \quad P(F \cap I) = 0,1; \quad P(F \cup I) = 0,8$$

$$P(F \cup I) = P(F) + P(I) - P(F \cap I)$$

$$P(I) = P(F \cup I) - P(F) + P(F \cap I) = 0,8 - 0,15 + 0,1 = 0,75$$

$$P(F|I) = \frac{P(F \cap I)}{P(I)} = \frac{0,1}{0,75} \approx 0,13$$

A probabilidade de o aluno estudar Francês, sabendo que estuda Inglês, é aproximadamente 13% .