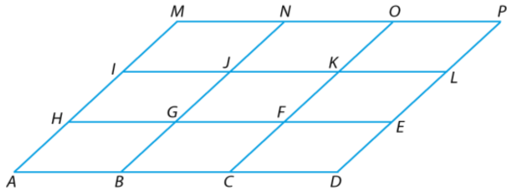
TESTE DE MATEMÁTICA
8.º ano

Nome: ______________________ N.º: ________ Turma: ________

Duração: 90 minutos Classificação: ______________________

1. Considera a figura, em que estão representados nove paralelogramos geometricamente iguais.

1.1. Utilizando as letras da figura, indica:



1.1.1. o eixo da reflexão axial que transforma o ponto *B* no ponto *J*;

1.1.2. a imagem do ponto *J* pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{PE}$;

1.1.3. a imagem do segmento de reta [*JK*] pela translação $T_{\overrightarrow{NJ}} \circ T_{\overrightarrow{HG}}$;

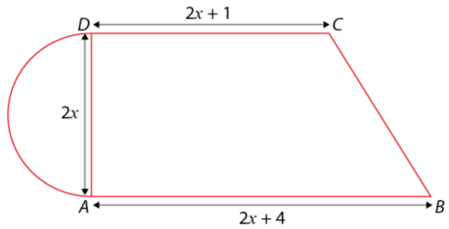
1.1.4. a imagem do segmento de reta [*GF*] pela reflexão deslizante de eixo *IL* e vetor $\overrightarrow{BC}$;

1.1.5. a imagem do paralelogramo [*GHIJ*] pela rotação de centro *J* e amplitude $180°$.

1.2. Qual das seguintes somas de vetores tem como resultado o vetor $-\overrightarrow{KH}$?

[A] $\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{LE}$ **[B]** $\overrightarrow{HF} + \overrightarrow{EL}$ **[C]** $\overrightarrow{DL} + \overrightarrow{NM}$ **[D]** $\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{HG}$

2. Na figura estão representados o trapézio [*ADCB*] e a semicircunferência de centro *O* e diâmetro [*AD*]. Sabe-se que:



- [*ABCD*] é um trapézio retângulo;
- $\overline{AB} = 2x + 4$;
- $\overline{CD} = 2x + 1$;
- $\overline{AD} = 2x$.

2.1. Indica a expressão simplificada para a área do trapézio.

2.2. Em qual das seguintes expressões está representada a área total da figura?

[A] $(8 + \pi)x^2 + 10x$ **[B]** $4x^2 + 5x$ **[C]** $\left(4 + \frac{\pi}{2}\right)x^2 + 5x$ **[D]** $8x^2 + 10x$

2.3. Determina o valor exato da área total da figura, para $x = 1$. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

3. Para um certo valor de a, temos que $(2x-a)^2$ é igual a $4x^2+12x+9$. O valor de a é:

[A] $\frac{3}{2}$ **[B]** -3 **[C]** 6 **[D]** 3

4. Escreve os seguintes polinómios na forma fatorizada.

4.1. $3x^3-2x$

4.2. $81-16x^2$

5. Resolve cada uma das seguintes equações. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.1. $3x^2-18x+27=0$

5.2. $(2-3x)^2-16=0$

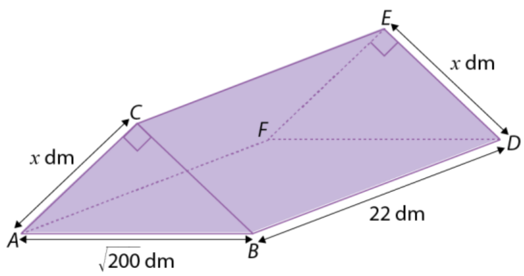
6. Considera o triângulo retângulo [*UVA*]. Sabe-se que:

- $\overline{UV}=12\text{ cm}$
- $\overline{VA}=13\text{ cm}$
- $\overline{UA}=5\text{ cm}$

Prova que o triângulo é retângulo e identifica os lados do triângulo perpendiculares entre si. Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Na figura está representado um esquema de uma tenda de campismo, cujo modelo é um prisma triângular. Sabe-se que:

- [*ABC*] é um triângulo retângulo isósceles;
- $\overline{AC}=x\text{ dm}$;
- $\overline{AB}=\sqrt{200}\text{ dm}$;
- $\overline{BD}=22\text{ dm}$.



Determina:

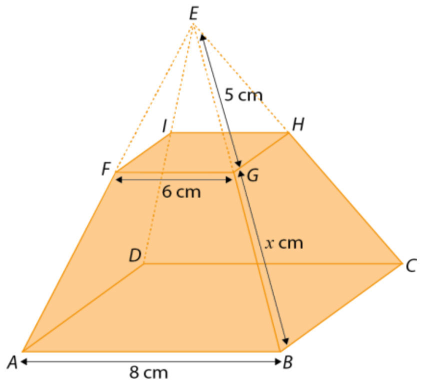
7.1. o valor de x;

7.2. a área da superfície do prisma, em dm^2. Apresenta o resultado aproximado às unidades. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

8. Na figura estão representadas as pirâmides quadrangulares regulares [*ABCDE*] e [*FGHIE*].

Sabe-se que:



- $\overline{AB} = 8$ cm
- $\overline{FG} = 6$ cm
- $\overline{EG} = 5$ cm
- $\overline{BG} = x$ cm

Determina:

8.1. o comprimento de [*BE*];

8.2. o volume do tronco da pirâmide, em cm^3. Apresenta o resultado em cm^3, arredondado às unidades.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

9. Considera o conjunto de dados:

1 2 2 3 x 5 5 6 7 8

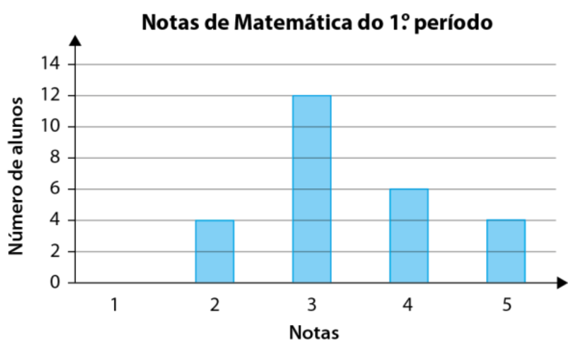
9.1. Determina a média do conjunto de dados, para x igual a 5.

9.2. Para x igual a 4, o valor do 3.º quartil é:

[A] 4 **[B]** 5 **[C]** 6 **[D]** 7

9.3. Desenha o diagrama de extremos e quartis, para x igual a 3.

10. No gráfico da figura está representada a distribuição das notas dos alunos, de uma determinada turma, à disciplina de Matemática, no final do 1.º período.



10.1. Atendendo aos dados do gráfico, quantos alunos tem a turma?

10.2. Determina a média das notas atribuídas aos alunos desta turma.

Apresenta o resultado aproximado às unidades.

10.3. A nota mediana da turma é:

[A] 2 **[B]** 3 **[C]** 4 **[D]** 5

11. Completa os espaços, utilizando os símbolos $\in$ e $\notin$, de modo a obteres afirmações verdadeiras.

11.1. -4 ____ $\mathbb{N}$ **11.2.** $-\pi$ ____ $\mathbb{R}$ **11.3.** $\frac{\sqrt{64}}{4}$ ____ $\mathbb{Z}^+$ **11.4.** $0,(32)$ ____ $\mathbb{Q}^-$

12. Considera os números $\frac{36}{15}$ e 2,0(45).

12.1. Recorrendo ao algoritmo da divisão, escreve $\frac{36}{15}$ na forma de dízima.

12.2. Escreve 2,0(45) na forma de fração irredutível.

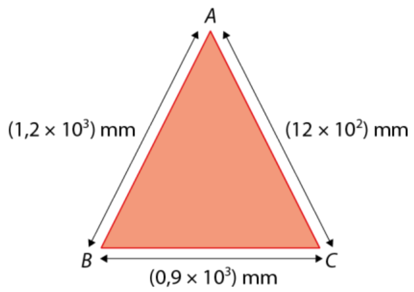
13. Calcula o valor numérico da expressão seguinte, utilizando, sempre que possível, as regras das potências.

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3}{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} - (-1)^{20}$$

14. Considera o triângulo [*ABC*] da figura.

Determina o perímetro do triângulo, em centímetros.

Apresenta o resultado em notação científica.



Questão	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.1.4	1.1.5	1.2	2.1	2.2	2.3	3.	4.1	4.2	5.1	5.2	6.	7.1	7.2
Cotação	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4
Questão	8.1	8.2	9.1	9.2	9.3	10.1	10.2	10.3	11.1	11.2	11.3	11.4	12.1	12.2	13.	14.	
Cotação	4	5	2	4	4	2	3	3	2	2	2	2	3	4	5	4	

Proposta de Resolução

1.

1.1.

1.1.1. Segmento de reta $[IC]$.

1.1.2. Ponto B.

1.1.3. Segmento de reta $[FE]$.

1.1.4. Segmento de reta $[NO]$.

1.1.5. Paralelogramo $[NJKO]$.

1.2. Opção [B]

$\overrightarrow{HF} + \overrightarrow{EL} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{FK} = \overrightarrow{HK} = -\overrightarrow{KH}$

2.

2.1. A área do trapézio é igual a:

$$\frac{\text{Base menor+ Base maior}}{2} \times \text{Altura} = \frac{2x+1+2x+4}{2} \times 2x = \frac{4x+5}{2} \times 2x =$$
$$= (4x+5) \times x =$$
$$= 4x^2 + 5x$$

2.2. Opção [C]

A área total da figura é igual a:

$$\text{Área do trapézio } + \text{ Área do semicírculo}$$

$\text{Área do trapézio} = 4x^2 + 5x$

$\text{Área do semicírculo} = \frac{\pi \times r^2}{2} = \frac{\pi \times x^2}{2} = \frac{\pi x^2}{2}$

Logo, a área total da figura é igual a:

$$4x^2 + 5x + \frac{\pi x^2}{2} = \left(4 + \frac{\pi}{2}\right) x^2 + 5x$$

2.3. A área total da figura, para $x = 1$, é igual a:

$$\left(4 + \frac{\pi}{2}\right) \times 1^2 + 5 \times 1 = 4 + \frac{\pi}{2} + 5 = \left(\frac{\pi}{2} + 9\right) \text{u. a.}$$

3. Opção [B]

$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x+3)^2$

Logo, $a = -3$.

4.

4.1. $3x^3 - 2x = x(3x^2 - 2)$

4.2. $81 - 16x^2 = 9^2 - (4x)^2 = (9-4x)(9+4x)$

5.

5.1. $3x^2 - 18x + 27 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow 3(x-3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$

$\text{C. S.} = \{3\}$

5.2. $(2-3x)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (2-3x)^2 = 16 \Leftrightarrow (2-3x)^2 = 16$

$\Leftrightarrow 2 - 3x = -\sqrt{16} \quad \vee \quad 2 - 3x = \sqrt{16}$

$\Leftrightarrow 2 - 3x = -4 \quad \vee \quad 2 - 3x = 4$

$\Leftrightarrow -3x = -4 - 2 \quad \vee \quad -3x = 4 - 2$

$\Leftrightarrow -3x = -6 \quad \vee \quad -3x = 2$

$\Leftrightarrow 3x = 6 \quad \vee \quad 3x = -2$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3} \quad \vee \quad x = -\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x = 2 \quad \vee \quad x = -\frac{2}{3}$

$\text{C. S.} = \left\{-\frac{2}{3}, 2\right\}$

6. Pelo teorema de Pitágoras:

$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow 12^2 + 5^2 = 13^2 \Leftrightarrow 144 + 25 = 169$

$\Leftrightarrow 169 = 169$, que é verdadeiro.

Num triângulo, ao lado de maior comprimento opõe-se o ângulo de maior amplitude. Logo, $[VA]$ é a hipotenusa e $[UV]$ e $[UA]$ são os catetos.

Os lados $[UV]$ e $[UA]$ são perpendiculares porque os catetos de um triângulo retângulo são perpendiculares.

7.

7.1. Pelo teorema de Pitágoras:

$x^2 + x^2 = \left(\sqrt{200}\right)^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow x^2 = 100$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{100},\ x > 0 \Leftrightarrow x = 10$

$x = 10$ dm

7.2. A área da superfície do prisma é igual a:

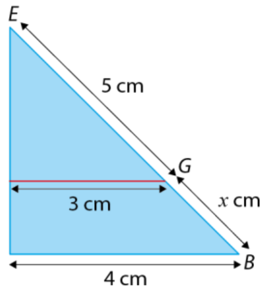
$$2 \times \text{Área base} + \text{Área lateral} = 2 \times \frac{10 \times 10}{2} + 2 \times 10 \times 22 + \sqrt{200} \times 22 =$$

$$= 100 + 440 + 22\sqrt{200} =$$

$$= 540 + 22\sqrt{200} \approx 851$$

A área da superfície do prisma é, aproximadamente, 851 dm^2.

8.



8.1. Como, pelo critério AA, os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados são proporcionais.

$$\frac{5+x}{5} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 15 + 3x = 20 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$\overline{BE} = \overline{BG} + \overline{GE} = \left(\frac{5}{3} + 5\right) \text{cm} = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

8.2. $\text{Volume}_{\text{tronco da pirâmide}} = \text{Volume}_{\text{pirâmide } [ABCDE]} - \text{Volume}_{\text{pirâmide } [FGHIE]}$

Determinemos a altura da face lateral da pirâmide $[FGHIE]$, recorrendo ao teorema de Pitágoras:

$$3^2 + x^2 = 5^2 \Leftrightarrow 9 + x^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 = 25 - 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 4, x > 0$$

Determinemos agora a altura da pirâmide $[FGHIE]$:

$$3^2 + {h_1}^2 = 4^2 \Leftrightarrow 9 + {h_1}^2 = 16 \Leftrightarrow {h_1}^2 = 16 - 9$$

$$\Leftrightarrow {h_1}^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow h_1 = \sqrt{7}, h_1 > 0$$

$$\text{Volume}_{\text{pirâmide } [FGHIE]} = \frac{1}{3}\text{Área base} \times \text{Altura} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{7} = 12\sqrt{7}$$

Determinemos a altura da pirâmide $[ABCDE]$:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow h_2 = \frac{4}{3}\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\text{Volume}_{\text{pirâmide } [ABCDE]} = \frac{1}{3}\text{Área base} \times \text{Altura} = \frac{1}{3} \times 8^2 \times \frac{4}{3}\sqrt{7} = \frac{256}{9}\sqrt{7}$$

$$\text{Volume}_{\text{pirâmide } [ABCDE]} - \text{Volume}_{\text{pirâmide } [FGHIE]} = \frac{256}{9}\sqrt{7} - 12\sqrt{7} \approx 44$$

Assim:

$$\text{Volume}_{\text{tronco da pirâmide}} \approx 44 \text{ cm}^3$$

9.

9.1. A média é igual a:

$$\frac{1+2+2+3+5+5+5+6+7+8}{10} = \frac{44}{10} = 4{,}4$$

9.2. Opção [C]

Se $x = 4$:

$\cancel{1}\ \cancel{2}\ \cancel{2}\ \cancel{3}\ 4\ \cancel{5}\ \cancel{5}\ \cancel{6}\ \cancel{7}\ 8$

Mediana $= \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

O 3º quartil é 6 (valor central à direita da mediana)

9.3. $\cancel{1}\ \cancel{2}\ \cancel{2}\ \cancel{3}\ 3\ \cancel{5}\ \cancel{5}\ \cancel{6}\ \cancel{7}\ 8$

3º Q

1º Q $\quad Me = 2\text{º Q} = \dfrac{3+5}{2} = 4$

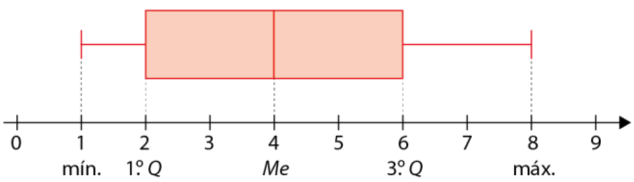
Valor mínimo: 1

1.º quartil: 2

2.º quartil: 4

3.º quartil: 6

Valor máximo: 8



10.

10.1. $4 + 12 + 6 + 4 = 26$

A turma tem 26 alunos.

10.2. A média é igual a:

$$\frac{2\times4+3\times12+4\times6+5\times4}{26} = \frac{88}{26} \approx 3$$

10.3. Opção [B]

Como o número total de alunos é 26, a mediana corresponde à semissoma das 13.ª e 14.ª notas, por ordem crescente ou decrescente, ou seja, a mediana é 3.

11.

11.1. $-4 \notin \mathbb{N}$

11.2. $-\pi \in \mathbb{R}$

11.3. $\frac{\sqrt{64}}{4} \in \mathbb{Z}^+$, pois $\frac{\sqrt{64}}{4} = \frac{8}{4} = 2$.

11.4. $0,(32) \notin \mathbb{Q}^-$**,** pois $0,(32)$ é uma dízima positiva.

12.

12.1. $\frac{36}{15} = 2{,}4$

$$\begin{array}{r|l} 36{,}0 & 15 \\ \hline 60 & 2{,}4 \end{array}$$

12.2. $x = 2{,}0(45)$

$$1000x - 10x = 2045,(45) - 20,(45) \Leftrightarrow 990x = 2025$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2025}{990}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{405}{198}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{135}{66}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{45}{22}$$

$$2{,}0(45) = \frac{45}{22}$$

13. $\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3}{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} - (-1)^{20} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}}{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} - 1 = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} - 1 =$

$$= \left(\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{4}{3}\right)\right)^2 - 1 =$$

$$= \left(\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)\right)^2 - 1 =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 =$$

$$= \frac{1}{4} - 1 =$$

$$= -\frac{3}{4}$$

14. O perímetro do triângulo é igual a:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 1{,}2 \times 10^3 + 0{,}9 \times 10^3 + 12 \times 10^2 =$$

$$= 1{,}2 \times 10^3 + 0{,}9 \times 10^3 + 1{,}2 \times 10^3 =$$

$$= 3{,}3 \times 10^3$$

$(3{,}3 \times 10^3)$ mm $= (0{,}33 \times 10^3)$ cm $= (3{,}3 \times 10^2)$ cm