Teste de Matemática – 8º ano

1.

1.1 $C + \overrightarrow{QL} = C + \overrightarrow{CJ} = J$

1.2 $\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{DQ}$

$I + \overrightarrow{DQ} = I + \overrightarrow{IN} = N$

A opção correta é a [B].

1.3 O ponto *D*.

1.4 O ponto *L*.

1.5 Por exemplo, $\overrightarrow{BM}$.

1.6

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$

b) $J + 2\overrightarrow{MQ} = J + \overrightarrow{JC} = C$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{NL} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

d) $E + \overrightarrow{PO} = E + \overrightarrow{EK} = K$

2.

2.1 $V = (x-1) \times (x-1) \times (2x+3) = (x^2 - 2x + 1) \times (2x+3) =$

$= 2x^3 + 3x^2 - 4x^2 - 6x + 2x + 3 =$

$= 2x^3 - x^2 - 4x + 3$

2.2 $A = 2 \times (x-1) \times (x-1) + 4 \times (x-1) \times (2x+3) =$

$= 2 \times (x^2 - 2x + 1) + 4 \times (2x^2 + 3x - 2x - 3) =$

$= 2x^2 - 4x + 2 + 4 \times (2x^2 + x - 3) =$

$= 2x^2 - 4x + 2 + 8x^2 + 4x - 12 =$

$= 10x^2 - 10$

3. [A] Falsa, pois $2^2 + 4 = 4 + 4 \neq 0$.

[B] Falsa, pois $2^2 + 2 \times 2 = 4 + 4 \neq 0$.

[C] Falsa, pois $(2+2)^2 = 4^2 \neq 0$.

[D] Verdadeira, pois $(2+3)^2 = 5^2 = 25$.

A opção correta é a [D].

4. Substituindo x por 2 e y por -1 no polinómio, obtém-se:

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

$2 \times (3 - (-1)^2) - 3 \times 2 \times (-1) + 2 = 2 \times (3 - 1) + 6 + 2 = 12$

5. $(2ax - 3p)^2 = 4a^2x^2 + 2 \times 2ax \times (-3p) + 9p^2 = 4a^2x^2 - 12apx + 9p^2$

Logo:

$4a^2 = 4 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1 \Leftrightarrow a = 1, a > 0$

$-12ap = -48 \Leftrightarrow -12 \times 1 \times p = -48 \Leftrightarrow p = 4$

6.

6.1 $2x^2 - 128 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 128 \Leftrightarrow x^2 = 64 \Leftrightarrow x = \pm 8$

$\text{C.S.} = \{-8, 8\}$

6.2 $(x - 4)(21 - 3x) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \lor 21 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow x = 4 \lor 21 = 3x$

$\Leftrightarrow x = 4 \lor x = 7$

$\text{C.S.} = \{4, 7\}$

6.3 $3(x - 4) = -x^2 + 2(2x - 6) \Leftrightarrow 3x - 12 = -x^2 + 4x - 12$

$\Leftrightarrow 3x - 4x + x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x = 1$

$\text{C.S.} = \{0, 1\}$

7. $2x^2 - 12x = -18 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$

$\text{C.S.} = \{3\}$

8.

8.1 $h(0) = -36(0 - 2)^2 + 324 = -36 \times 4 + 324 = 180$

No momento em que o jogador fez o serviço, a bola encontrava-se a uma altura de 180 cm do solo.

8.2 $h(3) = -36(3-2)^2 + 324 = -36 \times 1 + 324 = 288$

Passados 3 segundos do momento do serviço, a bola encontrava-se a 288 cm do solo.

8.3 $h(t) = 0 \Leftrightarrow -36(t-2)^2 + 324 = 0$

$\Leftrightarrow -36(t-2)^2 = -324$

$\Leftrightarrow (t-2)^2 = 9$

$\Leftrightarrow t - 2 = \pm 3$

$\Leftrightarrow t = 2 \pm 3$

$\Leftrightarrow t = 5 \vee t = -1$

Como $t > 0$, $t = 5$.

Após esse serviço, a bola demorou 5 segundos a atingir o solo.

9. A base do modelo é um círculo cuja área é 16π. Desta forma, o raio do círculo é 4, pois: $\pi r^2 = 16\pi \Leftrightarrow r^2 = 16 \Leftrightarrow r = \pm 4$

Como $r > 0$, $r = 4$, ou seja, $\overline{AC} = 4$.

Por outro lado, sendo o modelo de um cone de revolução, os segmentos de reta [*AC*] e [*AB*] são perpendiculares, pelo que o triângulo [*ABC*] é retângulo em *A*.

Como tal, pelo teorema de Pitágoras:

$\overline{CB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 12^2 = 4^2 + \overline{AB}^2$

$\Leftrightarrow 144 = 16 + \overline{AB}^2$

$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 128$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = \pm\sqrt{128}$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = \sqrt{128}$.

Assim, $V = \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times \sqrt{128} \approx 189{,}56$.

O volume do cone é, aproximadamente, 189,56 cm^3.

10. Os triângulos [*ABC*] e [*DCE*] são semelhantes, pelo critério AA (os ângulos *ACB* e *ECD* são verticalmente opostos e ambos os triângulos têm um ângulo reto).

Desta forma, como os lados correspondentes dos triângulos são proporcionais, a razão de semelhança pode ser dada por $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{8}{4} = 2$.

Assim, $\overline{AC} = 2\overline{CE}$, pelo que, como $\overline{AE} = 25{,}5$, então $\overline{CE} = \frac{1}{3} \times 25{,}5 = 8{,}5$.

Como tal, pelo teorema de Pitágoras:

$$\overline{CE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow 8{,}5^2 = 4^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow 72{,}25 = 16 + \overline{CD}^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 56{,}25$$
$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \pm\sqrt{56{,}25}$$

Como $\overline{CD} > 0$, $\overline{CD} = 7{,}5$.

Sendo 2 a razão de semelhança, vem que $\overline{BC} = 2 \times 7{,}5 = 15$.

Assim, $\overline{BD} = 15 + 7{,}5 = 22{,}5$.

Logo, $\overline{BD} = 22{,}5$ cm.

11. Sabe-se que a área do triângulo [*ABC*] é 12 cm^2.

Assim, $A_{[ABC]} = 12 \Leftrightarrow \frac{6 \times h}{2} = 12$, onde h representa a altura do triângulo relativamente à base [*BC*].

Desta forma, $h = 4$.

Como tal, pelo teorema de Pitágoras:

$$\overline{AB}^2 = \left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 + h^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 25 \Leftrightarrow \overline{AB} = \pm\sqrt{25}$$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = 5$.

Logo, o perímetro do triângulo é 16 cm, pois $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 5 + 5 + 6 = 16$.