www.esffranco.edu.pt
(2022/2023)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 19

1.º Período | 05/12/2022 | Duração: 90 minutos

Nome: ______________________________ N.º:

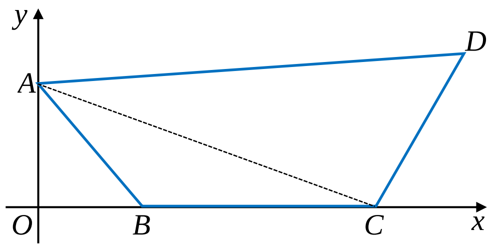
Classificação: ___ , ___ O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Considera, no referencial o.n. xOy da figura, o quadrilátero $[ABCD]$, onde se sabe que:



- o ponto A pertence ao semieixo positivo Oy ;
- os pontos B e C pertencem ao semieixo positivo Ox ;
- a abcissa do ponto C é 25;
- o ponto D pertence ao primeiro quadrante;
- $A\hat{B}C + B\hat{A}C = 160°$.

1.1. Qual é, arredondada às unidades, a ordenada do ponto A ?

(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 13 **(D)** 14

1.2. Sabendo que $D\hat{C}O = 120°$, escreve a equação reduzida da reta CD.

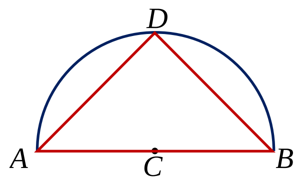
2. De dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, sabe-se que:

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$;
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{39}$;
- $\|\vec{v}\| = \frac{3}{4}$.

Determina o valor, aproximado à décima do grau, da amplitude do ângulo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

3. Considera, na figura ao lado:

- a semicircunferência de diâmetro $[AB]$ e centro C ;
- o triângulo isósceles $[ABD]$, sendo D um ponto da semicircunferência.



Sabendo que $\overline{AB} = 4$, calcula $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

4. Seja h a função que dá a altura de maré, em metros, no porto de Viana do Castelo, durante o primeiro dia do ano de 2022.

Admite que h pode ser definida por

$$h(t) = 2 + 1,5\operatorname{sen}(0,5t + 1)$$

em que t é o tempo, em horas, decorrido desde as 0 horas do dia 1 de janeiro.

O argumento da função seno está em radianos.

4.1. Considera a altura de maré, no porto de Viana do Castelo, às 0 horas do dia 1 de janeiro de 2022.

Quanto tempo decorreu, em horas e minutos (com os minutos arredondados às unidades) até ao primeiro instante em que se voltou a registar a mesma altura de maré, nesse porto, de acordo com o modelo apresentado?

(A) $3\text{ h }26\text{ min}$ **(B)** $3\text{ h }16\text{ min}$ **(C)** $2\text{ h }17\text{ min}$ **(D)** $2\text{ h }28\text{ min}$

4.2. Resolve as duas alíneas seguintes sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos).

4.2.1. Determina, de acordo com o modelo apresentado, o valor máximo e o valor mínimo da altura de maré, no porto de Viana do Castelo, no primeiro dia do ano de 2022.

Apresenta o resultado em metros.

4.2.2. Durante a primeira metade do dia 1 de janeiro de 2022, a altura de maré, no porto de Viana do Castelo, foi igual a $2,75\text{ m}$.

A que horas isso aconteceu?

Apresenta o(s) resultado(s) em horas e minutos, com os minutos arredondados às unidades.

Se usares cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

4.3. Até metade do dia 1 de janeiro de 2022, a altura de maré foi inferior em 1 metro durante algumas horas.

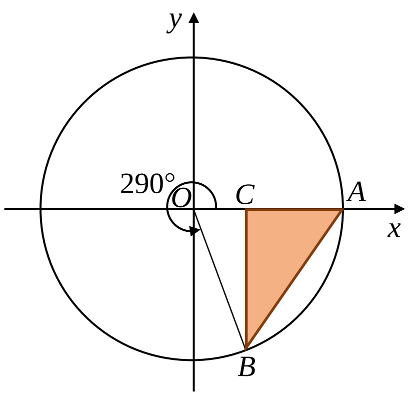
Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, esse número de horas.

Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver o problema;
- determina as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às milésimas;
- apresenta o valor pedido arredondado às centésimas.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, época especial de 2022

5. Na figura ao lado, está representada a circunferência trigonométrica e o triângulo retângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto B pertence à circunferência e ao quarto quadrante;
- o ponto C pertence ao semieixo positivo Ox e tem a mesma abcissa que B;
- tal como sugere a figura, o ângulo que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta $\dot{O}B$ tem amplitude $290°$.

Qual é o valor, arredondado às décimas, da área do triângulo $[ABC]$?

(A) $0,5$ **(B)** $0,4$ **(C)** $0,3$ **(D)** $0,2$

6. Determina $k \in \mathbb{R}$ de modo que seja possível a condição seguinte.

$$\cos x = \frac{2-7k}{3} \wedge x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$$

7. Considera a função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 4\cos(6x)$.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve as alíneas **7.1.** e **7.2.**.

7.1. Prova que $\frac{\pi}{3}$ é o período positivo mínimo da função *f*.

7.2. Resolve a equação $f(x) = -2\sqrt{3}$.

7.3. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Qual das expressões seguintes também pode definir a função h ?

(A) $-4\cos(6x)$ **(B)** $4\cos(6x)$ **(C)** $4\,\mathrm{sen}(6x)$ **(D)** $-4\,\mathrm{sen}(6x)$

8. Considera a função *f* definida por $f(x) = \mathrm{tg}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$.

8.1. Qual é o domínio da função *f* ?

(A) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = -3 + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$ **(B)** $\left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$

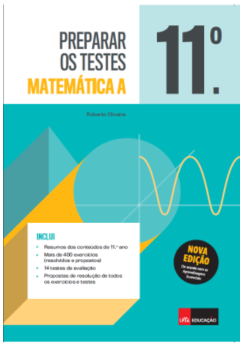
(C) $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = -3 + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$ **(D)** $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$

8.2. Seja α tal que $f(\alpha) = 1 \wedge \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Determina $\mathrm{sen}(2\alpha)$.

9. Seja *g* a função, de domínio $\left]\frac{3}{2}, 6\right] \setminus \left\{\frac{9}{2}\right\}$, definida por $g(x) = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi x}{3}\right) + \sqrt{3}$.

Sem usar a calculadora, determina o(s) zero(s) de *g*.



FIM

COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.1.	**1.2.**	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.1.**	**4.2.2.**	**4.3.**	**5.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.1.**	**8.2.**	**9.**	
8	14	14	14	8	14	17	14	8	14	14	14	8	8	17	14	**200**