Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA III **2006/07**

Folha 3: *Comprimento de arco*

---

1. Em cada uma das alíneas seguintes, determine o comprimento do arco da curva cartesiana entre os pontos indicados:

   (a) $\vec{r}(t) = (3t, 4t+3)$ entre $\vec{r}(0)$ e $\vec{r}(2)$.

   (b) $\vec{r}(t) = (\cos(2t), \sin(2t))$ entre $\vec{r}(0)$ e $\vec{r}(\pi)$.

   (c) $\vec{r}(t) = (2\cos^2\theta, 2\sin\theta\cos\theta)$ entre $\vec{r}(0)$ e $\vec{r}(\pi)$.

   (d) $\vec{r}(t) = (\cos(3t), \sin(3t), 4t)$ entre $\vec{r}(0)$ e $\vec{r}(\pi)$.

   (e) $\vec{r}(t) = (t^2, 2t, \ln t)$ entre $\vec{r}(1)$ e $\vec{r}(2)$.

   (f) $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, 2t^{3/2})$ entre $\vec{r}(0)$ e $\vec{r}(1)$.

2. Determine a função comprimento de arco para as seguintes parametrizações, considerando $t = 0$ como instante inicial:

   (a) $\vec{r}(t) = (\sin(t^3), \cos(t^3))$.

   (b) $\vec{r}(t) = (t, t^{3/2})$.

   (c) $\vec{r}(t) = (3\sin(t^2), 4\sin(t^2), 5\cos(t^2))$.

   (d) $\vec{r}(t) = (e^{2t}, 2e^t, t)$.

3. Determine a função comprimento de arco e a parametrização por comprimento de arco para

   (a) a circunferência $\vec{r}(t) = (\cos(\ln t), \sin(\ln t))$, $t \in [1, e^{2\pi}]$.

   (b) a hélice $\vec{r}(t) = (3\cos t, 3\sin t, 4t)$, $t \geq 0$.

   (c) a semi-recta não vertical $y = mx + b$, $x \geq 0$, parametrizada por $\vec{r}(t) = (t, mt+b)$, $t \geq 0$.

4. Mostre que se uma curva $\vec{r}(t)$ for parametrizada por comprimento de arco, então a sua velocidade nesta parametrização é sempre um vector unitário.