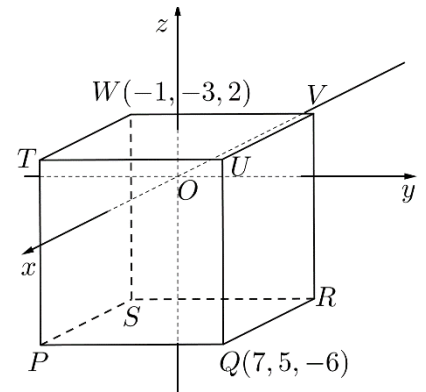


QUESTÃO-AULA - Matemática A 10.º ano

Nome: _____ Turma: ____ N.º ____ Data: ____/____/____
 Classificação: _____ Prof.: _____ Enc. Ed.: _____

Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[PQRSTUWV]$, cujas faces são paralelas aos planos coordenados. Sabe-se que os pontos Q e W têm coordenadas $(7, -5, 6)$ e $(-1, -3, 2)$, respetivamente.



1. Escreve uma condição que defina:
 - 1.1 o plano PQR ;
 - 1.2 a reta PS ;
 - 1.3 a face $[QRVU]$;
 - 1.4 a aresta $[SR]$.

2. Determina a equação do plano mediador de $[QW]$.
 Apresenta-a na forma $ax + by + cz + d = 0$.

3. Escreve a equação da superfície esférica de diâmetro $[QW]$.

4. Determina o volume do cubo.

5. Determina as coordenadas do ponto da reta PT , de cota positiva, cuja distância a Q é igual a 12 unidades.

COTAÇÕES

1.1	1.2	1.3	1.4	2	3	4	5
15	15	15	15	35	35	35	35

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

1.1 $z = -6$

1.2 $y = -3 \wedge z = -6$

1.3 $y = 5 \wedge -1 \leq x \leq 7 \wedge -6 \leq z \leq 2$

1.4 $x = -1 \wedge z = -6 \wedge -3 \leq y \leq 5$

2. $\sqrt{(x-7)^2 + (y-5)^2 + (z+6)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2}$

$$\Leftrightarrow -14x + 49 - 10y + 25 + 12z + 36 = 2x + 1 + 6y + 9 - 4z + 4$$

$$\Leftrightarrow -16x - 16y + 16z + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z - 6 = 0$$

3. O centro da superfície esférica é o ponto médio de $[QW]$, de coordenadas

$$\left(\frac{-1+7}{2}, \frac{-3+5}{2}, \frac{2-6}{2} \right) = (3, 1, -2).$$

O raio é igual a $\frac{\overline{QW}}{2} = \frac{\sqrt{(-1-7)^2 + (-3-5)^2 + (2-(-6))^2}}{2} = \frac{\sqrt{192}}{2}$.

Equação da superfície esférica: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 48$.

4. Diagonal espacial do cubo: $\overline{QW} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$.

Medida da aresta do cubo: 8.

$$V_{cubo} = 512.$$

Ou, por outro processo:

Considerando, por exemplo, os planos de equações $z = -6$ e $z = 2$, que contêm faces opostas do cubo, obtém-se a medida da aresta do cubo: 8.

Donde, $V_{cubo} = 512$.

5. O ponto tem abscissa 7 e ordenada -3 . Seja z a respectiva cota, com $z > 0$.

$$\sqrt{(7-7)^2 + (-3-5)^2 + (z+6)^2} = 12$$

$$\Leftrightarrow 64 + (z+6)^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow (z+6)^2 = 80$$

$$\Leftrightarrow z+6 = \sqrt{80} \vee z+6 = -\sqrt{80}$$

$$\Leftrightarrow z = 4\sqrt{5} - 6 \vee z = -4\sqrt{5} - 6$$

$$\Leftrightarrow_{z>0} z = 4\sqrt{5} - 6$$

Coordenadas: $(7, -3, 4\sqrt{5} - 6)$