1.1. $\overline{AB}=\sqrt{(-2+1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{(-2-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-1-1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

Resposta: O triângulo [*ABC*] é isósceles, pois $\overline{AB}=\overline{BC}$.

1.2. Os pontos *B*, *C* e *D* não são vértices de um triângulo se e só se forem pontos colineares.

Equação da reta *BC*: $y=mx+b$

$\overrightarrow{BC}=C-B=(2,-1)$

Então, $m=-\frac{1}{2}$.

$y=-\frac{1}{2}x+b$

O ponto $C(1,2)$ pertence à reta. Então, $2=-\frac{1}{2}\times 1+b \Leftrightarrow b=\frac{5}{2}$.

Equação da reta *BC*: $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

O ponto de coordenadas $(-3,\ 4)$ pertence à reta *BC*, pois $4=-\frac{1}{2}\times(-3)+\frac{5}{2}$.

Então, o ponto *D* pode ter coordenadas $(-3,\ 4)$.

Resposta: Opção (B)

1.3. Retas paralelas têm igual declive.

$\overrightarrow{AB}=B-A=(1,2)$

O declive da reta *r* é 2.

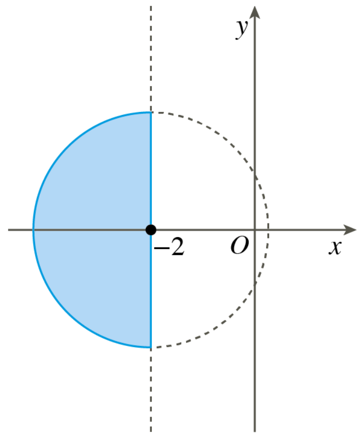
Uma equação da reta *r* é do tipo: $y=2x+b$.

O ponto *C* tem coordenadas $(1,2)$. Então, $2=2\times 1+b$, ou seja, $b=0$.

Uma equação da reta *r*, na forma reduzida, é $y=2x$.

Resposta: $y=2x$

2. Geometricamente, num referencial o.n. Oxy, a condição $(x+2)^2 + y^2 \leq 5 \ \wedge \ x \leq -2$ representa a interseção do círculo cujo centro é o ponto de coordenadas $(-2, 0)$ e que tem raio $\sqrt{5}$, com o semiplano vertical esquerdo (fechado) definido por $x \leq -2$.



A região corresponde a um semicírculo de raio $\sqrt{5}$.

A área dessa região é igual a $\dfrac{\pi \times \left(\sqrt{5}\right)^2}{2} = \dfrac{5\pi}{2}$.

$\dfrac{5\pi}{2} \approx 7{,}85$

Resposta: Opção (A)

3.1. O centro da superfície esférica é o ponto médio de [AC], ou seja, o ponto de coordenadas $\left(\dfrac{0+0}{2}, \dfrac{0+6}{2}, \dfrac{5+0}{2}\right)$, isto é, $\left(0,\ 3,\ \dfrac{5}{2}\right)$.

O raio da superfície esférica é $r = \dfrac{\overline{AC}}{2}$.

Como $\overline{AC} = \sqrt{(0-0)^2 + (0-6)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$, então $r = \dfrac{\sqrt{61}}{2}$.

Equação da superfície esférica: $x^2 + (y-3)^2 + \left(z - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{61}{4}$

Resposta: $x^2 + (y-3)^2 + \left(z - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{61}{4}$

3.2. Volume do cilindro inferior: $\pi \times (3)^2 \times \overline{OA} = 9 \times 5 \times \pi = 45\pi$

Volume do cilindro superior: $\pi \times (3)^2 \times \overline{AB} = 9 \times \overline{AB} \times \pi$

Sabe-se que $45\pi = \frac{5}{3}\left(9 \times \overline{AB} \times \pi\right)$.

$45\pi = \frac{5}{3}\left(9 \times \overline{AB} \times \pi\right) \Leftrightarrow \overline{AB} = 3$

Como $\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB}$, então $\overline{OB} = 5 + 3 = 8$.

As coordenadas do ponto B são $(0,\ 0,\ 8)$.

Resposta: $B(0, 0, 8)$

4.1. Domínio da função g: $[-6,\ 1]$

Contradomínio da função g: $\left[-\frac{3}{4},\ 1\right]$

Zeros da função g: -5 ; -3 e 0

4.2. Os zeros da função h são $\frac{1}{2} \times (-2)$, $\frac{1}{2} \times 0$ e $\frac{1}{2} \times 3$, ou seja, -1, 0 e $\frac{3}{2}$.

$-1 + 0 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

Resposta: Opção (D)

5.1. $P\left(1,\ f(1)\right)$, ou seja, $P(1,\ 4)$.

O ponto A tem coordenadas $(1,\ 1)$.

$\overline{AP} = |4 - 1| = 3$

Perímetro do quadrado: $4 \times \overline{AP} = 4 \times 3 = 12$

Resposta: 12

5.2. **a)** $P\left(x,\ f(x)\right)$

Como $f(x) = x + 3$, as coordenadas do ponto P, em função de x, são $(x,\ x+3)$.

O ponto A tem coordenadas $(x,\ 1)$.

$\overline{AP} = x + 3 - 1 = x + 2$

A área do quadrado é dada por $\left(\overline{AP}\right)^2$, ou seja, $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$.

Conclui-se que $g(x) = x^2 + 4x + 4$.

b) $g(x)=81$

$g(x)=81 \Leftrightarrow x^2+4x+4=81 \Leftrightarrow x^2+4x-77=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+308}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm 18}{2} \Leftrightarrow x=-11 \vee x=7$

Como $x>0$, a solução é 7. Então, $P(7,\ 9)$ e $A(7,\ 1)$.

$\overline{AP}=|1-9|=8$

Como $[PABC]$ é um quadrado tal que a reta PC é paralela à reta r e, consequentemente, paralela ao eixo Ox, $C(7+8,\ 9)$, ou seja, $C(15,\ 9)$.

Resposta: $C(15,\ 9)$

6.1. $f(t)=3t+8$ e $g(t)=(t-3)^2+7$

$f(5)=3\times 5+8=23$

$g(5)=(5-3)^2+7=11$

$f(5)-g(5)=23-11=12$

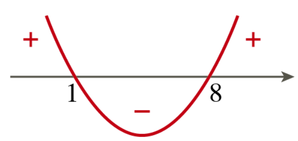
Resposta: Passados cinco minutos de experiência, a diferença entre a temperatura do líquido utilizado na experiência A e a do líquido utilizado na experiência B era $12\ ^{\circ}\mathrm{C}$.

6.2. $g(t)\le f(t) \ \wedge\ t\in[0,\ 15]$

$g(t)\le f(t) \Leftrightarrow (t-3)^2+7\le 3t+8 \Leftrightarrow t^2-6t+9+7\le 3t+8 \Leftrightarrow t^2-9t+8\le 0$

Cálculo auxiliar:

$t^2-9t+8=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{9\pm\sqrt{81-32}}{2} \Leftrightarrow t=8 \ \vee t=1$



$t^2-9t+8\le 0 \Leftrightarrow t\in[1,\ 8]$

$g(t)\le f(t) \ \wedge\ t\in[0,\ 15] \Leftrightarrow t\in[1,\ 8]$

Resposta: A temperatura do líquido da experiência B foi não superior à do líquido da experiência A durante 7 minutos.

7.1.

$$\begin{array}{rrrr|l}
-x^3 & +2x^2 & +5x & -6 & x^2-x+1 \\ \cline{5-5}
x^3 & -x^2 & +x & & -x+1 \\ \cline{1-3}
 & x^2 & +6x & -6 & \\
 & -x^2 & +x & -1 & \\ \cline{2-4}
 & & 7x & -7 &
\end{array}$$

Resposta: O resto da divisão inteira de $P(x)$ por $T(x)$ é o polinómio $7x-7$.

7.2. $P(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x - 6$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & -1 & 2 & 5 & -6 \\ -2 & & 2 & -8 & 6 \\ \hline & -1 & 4 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(-x^2 + 4x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \lor -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{-2} \Leftrightarrow x = -2 \lor x = 1 \lor x = 3$

Resposta: Conjunto-solução: $\{-2, 1, 3\}$