

Teste N.º 1

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

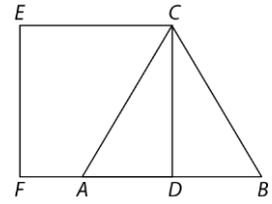
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura estão representados o triângulo equilátero $[ABC]$ e o quadrado $[EFDC]$.

Sabe-se que:

- o ponto D é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$;
- o perímetro do triângulo $[ABC]$ é igual a $3\sqrt{5}$ unidades de comprimento.



A área do quadrado $[EFDC]$ é igual a:

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{15}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

2. Qual das seguintes afirmações é verdadeira, para quaisquer a e b reais?

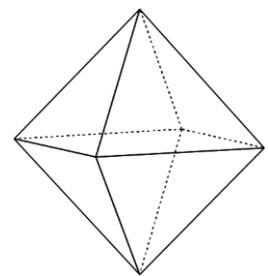
- (A) $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a-b}$
 (B) $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[5]{b} = \sqrt[15]{a \times b}$
 (C) $\sqrt[9]{a} \div \sqrt[3]{b} = \sqrt[9]{\frac{a}{b^3}}$
 (D) $\sqrt{a^2} = a$

3. A solução da equação $2\sqrt{3}x - 1 = 3\sqrt{2}x + 3$ é:

- (A) $\frac{4\sqrt{3} - 6\sqrt{2}}{3}$
 (B) $\frac{6\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\frac{4\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}{3}$
 (D) $\frac{-4\sqrt{3} - 6\sqrt{2}}{3}$

4. Na figura está representado um octaedro regular (sólido constituído por oito faces que são triângulos equiláteros), cujas arestas medem a unidades.

Prove que o volume desse octaedro regular é igual a $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ unidades de volume.



5. Fixado um referencial o.n. do plano, considere a seguinte condição:

$$y - x + 1 \geq 0 \quad \wedge \quad \sim(x < 0) \quad \wedge \quad 0 \leq y \leq 4$$

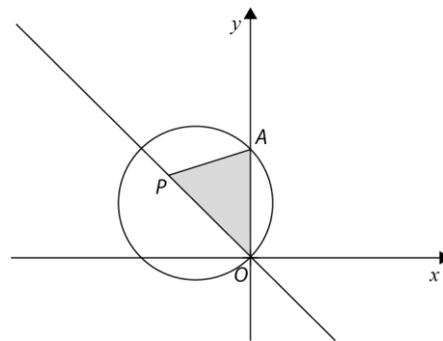
Sabe-se que a representação geométrica do conjunto de pontos do plano definido pela condição anterior é um trapézio.

Represente-o num referencial e determine o valor exato da sua área.

6. Num referencial cartesiano do plano Oxy , considere a representação gráfica da figura.

Na figura estão representados:

- a bissetriz dos quadrantes pares;
- a circunferência definida por $(x + a)^2 + (y - a)^2 = 2a^2$, com $a \in \mathbb{R}$ e $a > 2$;
- o ponto A , interseção da circunferência com o eixo das ordenadas e de ordenada positiva;
- o ponto P , que pertence à bissetriz dos quadrantes pares e que tem ordenada positiva;
- o triângulo $[OAP]$.



Sabendo que a área do triângulo $[OAP]$ é igual a $4a$ unidades de área, determine as coordenadas do ponto P .

7. Considere, num plano munido de um referencial o.n. Oxy , os pontos $A(4, 2)$, $B(3, 4)$ e $C(x, y)$, com $x, y \in \mathbb{R}$.

7.1. Escreva a equação reduzida da circunferência de diâmetro $[AB]$.

7.2. Determine o(s) valor(es) de x de modo que o triângulo $[ABC]$ seja equilátero.

8. A expressão $\sqrt[6]{4a^4} \times (2^2 a^{-2} b^{12})^{-\frac{1}{6}}$, para quaisquer números reais positivos a e b , é igual a:

- (A) $\frac{\sqrt[3]{a}}{b^{-2}}$
- (B) $\frac{a}{b^2}$
- (C) $\frac{\sqrt[3]{a}}{b^2}$
- (D) $\frac{a}{b^{-2}}$

9. Considere, num referencial o.n. Oxy , a linha definida pela condição:

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 9 \quad \wedge \quad y - x - 3 = 0$$

Qual é o comprimento dessa linha?

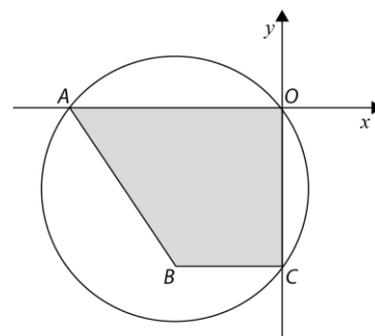
- (A) 3
- (B) 6
- (C) 9
- (D) 12

10. Considere, num referencial ortonormado, o ponto $A(0,3)$ e um ponto B tal que o quadrado da sua abcissa é doze vezes a sua ordenada. Seja y a ordenada de B .
Mostre que $\overline{AB} = y + 3$.

11. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , a circunferência definida pela condição $x^2 + y^2 + 8x + 6y = 0$ e o trapézio $[OABC]$.

Sabe-se, ainda, que:

- A e O são os pontos de interseção da circunferência com o eixo Ox , sendo A o ponto de menor abcissa;
- C e O são os pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy , sendo C o ponto de menor ordenada;
- o ponto B tem abcissa igual à abcissa do centro da circunferência;
- a reta BC é paralela ao eixo Ox .



- 11.1. Prove que o centro da circunferência tem coordenadas $(-4, -3)$.

- 11.2. Seja D o centro da circunferência.

Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[OD]$.

- 11.3. Defina por uma condição o trapézio $[OABC]$.

FIM

COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.1.	7.2.	8.	9.	10.	11.1.	11.2.	11.3.	
10	10	10	15	15	20	15	20	10	10	15	15	15	20	200