

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

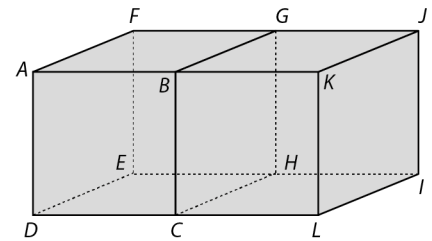
Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere o prisma quadrangular regular representado na figura, dividido em dois cubos geometricamente iguais.



1.1. Qual das seguintes opções apresenta uma proposição verdadeira?

- (A) \vec{DJ} e \vec{FL} são vetores simétricos. (B) $D + \vec{AB} + \vec{IJ} = \vec{DB}$
 (C) $\vec{AD} + \vec{GH} = \vec{0}$ (D) $\|\vec{AC}\| = \|\vec{JL}\|$

1.2. Qual é o valor real de k que satisfaz a condição $\vec{HE} = k \vec{DL}$?

- (A) -2 (B) (C) 2 (D) $-\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{2}$

2. Fixado um referencial o.n. do plano, considere a seguinte condição:

$$3x - y \leq 5 \quad \wedge \quad -x - 3 \leq 0 \quad \wedge \quad -5 \leq y \leq 2$$

Sabe-se que a representação geométrica do conjunto de pontos do plano definido pela condição anterior é um trapézio.

Sem recorrer à calculadora, represente-o num referencial e determine o valor exato da sua área.

3. Considere, num referencial o.n. do espaço, a reta r definida por:

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$$

Qual das condições seguintes define uma reta paralela à reta r ?

- (A) $x = 2022 \quad \wedge \quad y = 2023$ (B) $y = 2022 \quad \wedge \quad z = 2023$
 (C) $(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(1, 2, 3), k \in \mathbb{R}$ (D) $(x, y, z) = (0, 2022, 2023) + k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$

4. Fixado um referencial o.n. $Oxyz$, considere os pontos A e B de coordenadas $(1, \sqrt{2}, \sqrt{12})$ e $(0, \sqrt{8}, 2\sqrt{3})$, respetivamente.

4.1. Em relação à superfície esférica de diâmetro $[AB]$, considere as seguintes afirmações:

I. O centro da superfície esférica é o ponto de coordenadas $(\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}, 2\sqrt{3})$.

II. O raio da superfície esférica é $3^{\frac{1}{2}}$.

Em relação às afirmações anteriores, podemos concluir que:

- (A) são ambas verdadeiras. (B) são ambas falsas.
 (C) apenas a afirmação I é verdadeira. (D) apenas a afirmação II é verdadeira.

4.2. Defina por uma condição:

4.2.1. a reta AB .

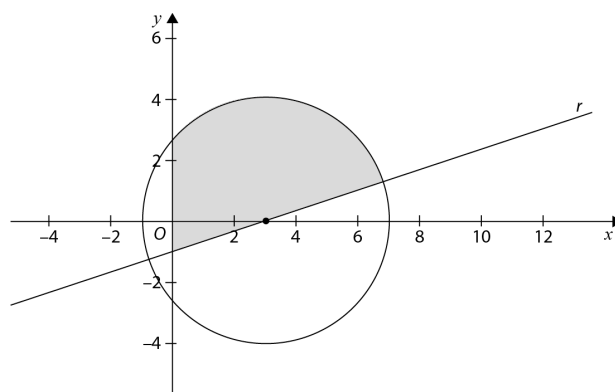
4.2.2. o conjunto de pontos do espaço equidistantes de A e B .

Apresente a condição na forma $ax + by + cz + d = 0$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

4.2.3. a superfície esférica de centro no ponto B e tangente ao plano xOy .

4.2.4. o conjunto de pontos do espaço que estão a uma distância do ponto A inferior ou igual a 3 unidades.

5. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy , a circunferência definida pela condição $x^2 + y^2 - 6x = 7$ e a reta r que passa pelos pontos de coordenadas $(3, 0)$ e $(0, -1)$.



5.1. Prove que a circunferência tem como centro o ponto de coordenadas $(3, 0)$ e raio 4.

5.2. Qual das seguintes expressões define o conjunto de pontos da região a sombreado (incluindo a fronteira)?

(A) $(x - 3)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq 3x - 1 \wedge y \geq 0$

(B) $(x - 3)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \leq 3x - 1 \wedge x \geq 0$

(C) $(x - 3)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq \frac{1}{3}x - 1 \wedge x \geq 0$

(D) $(x - 3)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \leq \frac{1}{3}x - 1 \wedge y \geq 0$

5.3. Considere a coroa circular que se obtém com a circunferência da figura e com outra circunferência de raio r , com $r < 4$. Sabe-se que a área desta coroa circular é 7π .

Sem recorrer à calculadora, determine as coordenadas dos pontos de interseção das circunferências que limitam a coroa com a bissetriz dos quadrantes pares.

FIM

COTAÇÕES

Item												
Cotação (em pontos)												
1.1.	1.2.	2.	3.	4.1.	4.2.1	4.2.2.	4.2.3.	4.2.4.	5.1.	5.2.	5.3.	TOTAL
10	10	25	10	10	15	20	20	20	25	10	25	200