



www.esffranco.edu.pt
(2022/2023)

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 19

2.º Período

20/03/2023

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

O professor: _____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera a função f , de domínio $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, definida por $f(x) = 2 \operatorname{sen}(2x) - x + \sqrt{2}$.

Determina a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de interseção entre o gráfico de f e:

1.1. a bissetriz dos quadrantes pares, sem usar a calculadora;

1.2. o gráfico da função g , de domínio $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, definida por $g(x) = \cos(4x) + 1$, recorrendo à calculadora gráfica.

Na tua resposta, deves:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- determinar o(s) valor(es) pedido(s), arredondado às milésimas.



2. Considera, no referencial o.n. xOy da figura, as retas r e s .

Sabe-se que as retas r e s são perpendiculares e interseam-se no ponto A , de abcissa 2.

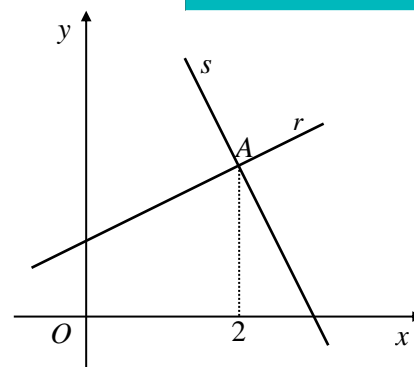
Sabendo que a reta r está definida por $y = \frac{1}{2}x + 1$, qual é a ordenada na origem da reta s ?

(A) 5

(B) $\frac{11}{2}$

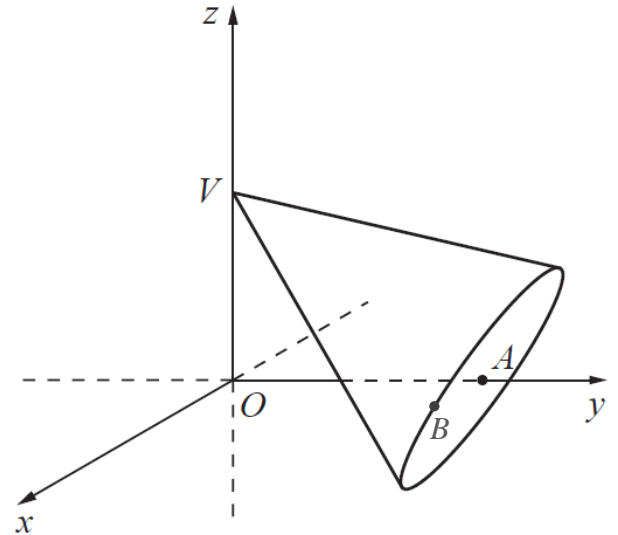
(C) 6

(D) $\frac{13}{2}$



3. Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto de vértice V e base de centro no ponto A .
Sabe-se que:

- o ponto V pertence ao eixo Oz ;
- o ponto A pertence ao eixo Oy e tem ordenada 4;
- a base do cone tem raio 3;
- o ponto B pertence à circunferência da base do cone e tem coordenadas $(3,4,0)$.



3.1. Supõe, nesta alínea, que o ponto V tem cota 3.

Qual é o comprimento da geratriz do cone?

- (A) 6 (B) 7
(C) $\sqrt{34}$ (D) $\sqrt{45}$

3.2. Seja α o plano da base do cone e considera um ponto desse plano, C , tal que $\vec{AC} = (2,3,4)$.

Determina, na forma $ax + by + cz + d = 0$, uma equação de α .

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2022

4. Considera a sucessão (v_n) , de termo geral $5 - \frac{2}{n+1}$.

Seja A o conjunto dos minorantes e B o conjunto dos majorantes de (v_n) .

Pode concluir-se que:

- (A) $A =]-\infty, 2]$ e $B = [7, +\infty[$ (B) $A =]-\infty, 4]$ e $B = [7, +\infty[$
(C) $A =]-\infty, 2]$ e $B = [5, +\infty[$ (D) $A =]-\infty, 4]$ e $B = [5, +\infty[$

5. De uma progressão aritmética (a_n) , sabe-se que $a_6 = -12 \wedge a_{10} = 2$.

Averigua se 2023 é termo da sucessão (a_n) .

6. Seja (b_n) uma progressão geométrica tal que o primeiro termo é 8 e o quarto termo é -27 .

Calcula a soma dos seis termos consecutivos a partir do terceiro, inclusive.



7. Para promover uma determinada marca de salsicha em conserva, vão ser colocadas 735 latas numa espécie de tronco de pirâmide, do seguinte modo: 65 latas na camada da base, 62 latas na camada logo acima, 59 latas na camada logo acima desta última e assim sucessivamente. Quantas latas de salsicha ficarão no topo do tronco de pirâmide?



8. Considera a sucessão (u_n) , monótona crescente, definida por recorrência por
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{28u_n - 3}{3}}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

8.1. Qual é a proposição falsa?

(A) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n < 0$

(B) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n > 0$

(C) $u_2 = 5$

(D) $u_3 = \frac{\sqrt{393}}{3}$

8.2. Sabendo que (u_n) é convergente, determina $\lim u_n$.

9. Seja (v_n) a sucessão definida por
$$v_n = \begin{cases} \frac{\cos n + 8^{-n} + k n^{-8}}{3n} & \text{se } n \leq 10^{20} \\ kn^5 - 9000n^3 + 2000n & \text{se } n > 10^{20} \end{cases}$$
, sendo k um número real.

Sabe-se que $\lim v_n = +\infty$.

Qual dos seguintes pode ser o valor de k ?

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 1

10. Calcula:

10.1. $\lim \frac{30n^2 + 2n^3}{4 - 3n^2}$;

10.2. $\lim \left(3n - \sqrt{9n^2 + n} \right)$.

11. Considera as sucessões (a_n) e (b_n) definidas, respetivamente, por:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{(3n+3)a_n}{n}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{e} \quad b_n = \frac{a_n}{n}.$$

Mostra que (b_n) é uma progressão geométrica e determina uma expressão do seu termo geral. Apresenta essa expressão na forma $a \times b^n$, em que a e b são números reais.



FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	1.2.	2.	3.1.	3.2.	4.	5.	6.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.1.	10.2.	11.	200
12	12	8	8	20	8	16	16	20	8	16	8	12	20	16	

Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

