

## Avaliação diagnóstica – MATEMÁTICA A 11.º ANO

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_ N.º \_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

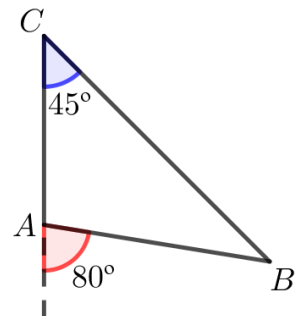
Classificação: \_\_\_\_\_ Prof.: \_\_\_\_\_ Enc. Ed.: \_\_\_\_\_

### TEMA: Trigonometria

1. Do triângulo  $[ABC]$  representado ao lado, conhecem-se as amplitudes do ângulo interno e do ângulo externo marcados.

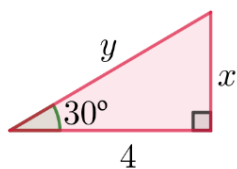
A amplitude do ângulo  $ABC$  é:

- (A)  $25^\circ$                                       (C)  $45^\circ$   
 (B)  $35^\circ$                                       (D)  $55^\circ$

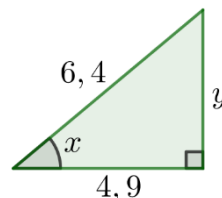


2. Determina os valores das incógnitas em cada uma das seguintes alíneas. Apresenta os valores pedidos com arredondamento às centésimas.

2.1

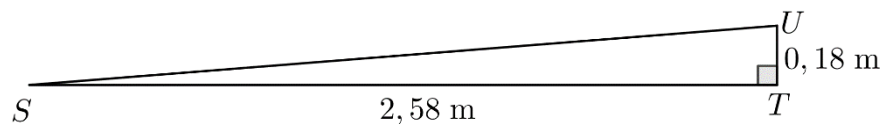


2.2



3. No prédio da Mariana vai ser construída uma rampa de acesso à entrada principal.

Na figura, apresenta-se um esquema dessa rampa, retirado do projeto da obra.

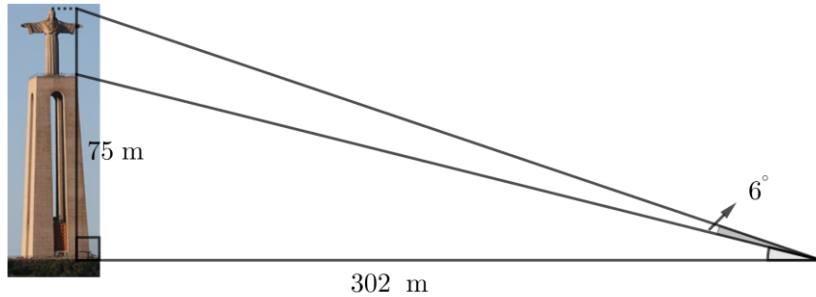


Pretende-se que o ângulo  $UST$  tenha, no máximo  $4,6^\circ$  de amplitude.

A rampa representada no esquema cumpre este requisito? Mostra como chegaste à tua resposta.

4. A imagem é uma fotografia do monumento ao Cristo Rei que se situa na margem sul do rio Tejo. Este monumento é constituído pelo pórtico, com 75 metros de altura, e pela estátua do Cristo Rei, e proporciona, devido à sua plataforma de observação, vistas fantásticas de Lisboa e da ponte 25 de Abril.

Considera o esquema, que não está à escala.



Determina a altura total do monumento.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

5. Seja  $\alpha$  um ângulo agudo tal que  $\sin \alpha = 0,6$ .

Determina os valores exatos de  $\cos \alpha$  e de  $\tan \alpha$ .

## TEMA: Geometria analítica

6. Para um certo valor de  $k$  real, o ponto de coordenadas  $(-2, k-4)$  pertence à reta que contém as bissetrizes dos quadrantes pares.

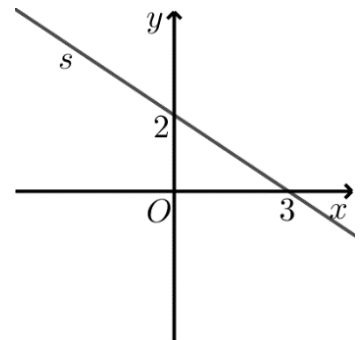
Qual é esse valor de  $k$  ?

- (A) 2                      (B) -2                      (C) 6                      (D) -6

7. A reta  $r$  é paralela à reta  $s$ , representada na figura ao lado, em referencial o.n. do plano, e passa no ponto de coordenadas  $(3, 1)$ .

Qual das seguintes é uma equação vetorial da reta  $r$  ?

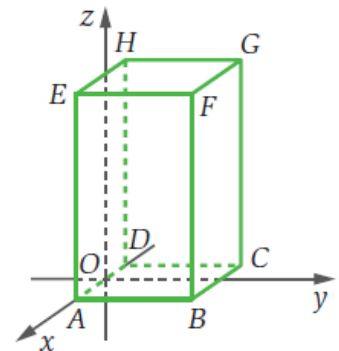
- (A)  $(x, y) = (3, 1) + k(3, 2), k \in \mathbb{R}$   
 (B)  $(x, y) = (0, 2) + k(-3, 2), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x, y) = (3, 0) + k(-3, 2), k \in \mathbb{R}$   
 (D)  $(x, y) = (3, 1) + k(3, -2), k \in \mathbb{R}$



8. No referencial o.n. do espaço da figura ao lado, está representado o prisma reto  $[ABCDEFGH]$ , de bases quadradas paralelas ao plano  $xOy$ . As coordenadas dos vértices  $A$ ,  $B$  e  $G$  são, respectivamente,  $(3, 0, 0)$ ,  $(3, 6, 0)$  e  $(-3, 6, 12)$ .

Qual é a reta de interseção dos planos de equações  $x = -3$  e  $y = 0$  ?

- (A)  $AD$                       (C)  $DH$   
 (B)  $CD$                       (D)  $EH$

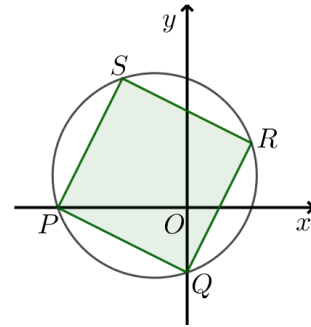


9. Qual das equações seguintes define, num referencial o.n. do espaço, uma reta perpendicular ao plano coordenado  $xOz$  ?

- (A)  $(x, y, z) = (0, 1, 0) + k(1, 0, 1), k \in \mathbb{R}$                       (C)  $(x, y, z) = (1, 0, 1) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$   
 (B)  $(x, y, z) = (0, 1, 1) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$                       (D)  $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$

10. Determina o raio e as coordenadas do centro da circunferência definida, num referencial o.n. do plano, por  $2x^2 - 12x + 2y^2 + 16y = -46$ .

**11.** No referencial o.n.  $Oxy$  da figura, está representado o quadrado  $[PQRS]$ , inscrito numa circunferência. As coordenadas dos vértices  $P$ ,  $Q$  e  $R$  são, respetivamente,  $(-4, 0)$ ,  $(0, -2)$  e  $(2, 2)$ .



**11.1** Determina a área do quadrado  $[PQRS]$ .

**11.2** Determina as coordenadas do vértice  $S$ .

**11.3** Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta  $[PQ]$ .

**11.4** Determina a equação reduzida da reta  $PQ$ .

**11.5** Determina a equação reduzida da circunferência.

**11.6** Determina as coordenadas do ponto  $T$ , do 4.º quadrante, tal que  $\overline{TQ} = \overline{TR} = 5$ .

**12.** Considera os vetores seguintes, num referencial o.n. do espaço:

$$\vec{a}(-1, 2, -\sqrt{3}), \vec{b}(\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 3) \text{ e } \vec{c}(\sqrt{5}, -2, 4)$$

**12.1** Mostra que os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  são colineares.

**12.2** Determina a norma do vetor  $\vec{b} - \vec{a}$ .

**12.3** Determina as coordenadas do vetor colinear ao vetor  $\vec{c}$ , com o sentido contrário ao deste e norma 10.

**13.** Na figura ao lado está representado o paralelepípedo reto  $[ABCDEFGH]$ .

Fixado um determinado referencial o.n.  $Oxyz$ , tem-se:

$$A(0, 3, 2), B(1, -3, -1), G(4, -21, 36) \text{ e } H(-2, -22, 36).$$

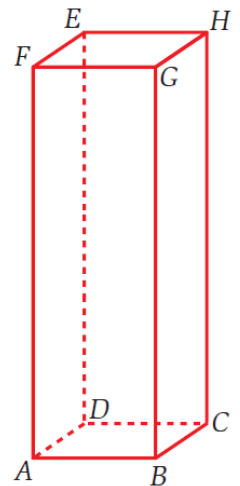
**13.1** Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta  $[AB]$ .

Apresenta-a na forma  $ax + by + cz = d$ .

**13.2** Define, por uma equação vetorial, a reta  $AF$ .

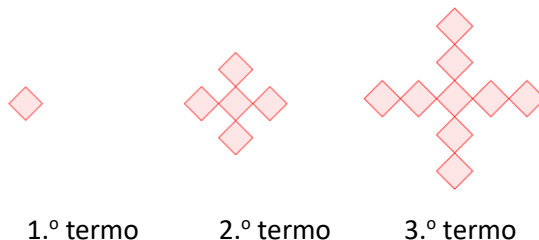
**13.3** Determina as coordenadas dos vértices  $C$ ,  $D$ ,  $E$  e  $F$ .

**13.4** Determina uma condição que defina a esfera cuja superfície contém os vértices do paralelepípedo.



## TEMA: Sucessões

**14.** Na figura seguinte, estão representados os três primeiros termos de uma sucessão de figuras constituídas por quadrados geometricamente iguais.

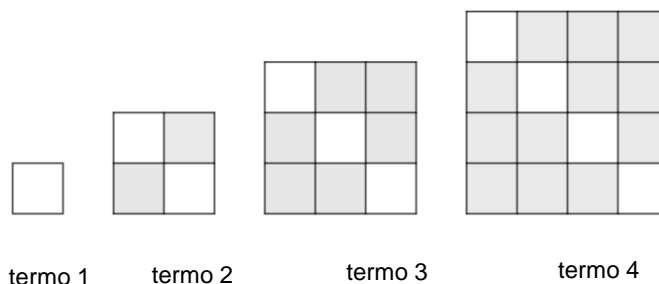


Atendendo à lei de formação sugerida, qual das expressões seguintes dá o número de quadrados do termo de ordem  $n$  desta sucessão?

- (A)  $2n - 3$                       (B)  $3n - 2$                       (C)  $3n - 4$                       (D)  $4n - 3$

**15.** Na figura estão representados os quatro primeiros termos de uma sucessão de figuras, formadas por quadrados, que segue a lei de formação sugerida na figura.

Os quadrados são todos iguais, sendo uns brancos e outros cinzentos.



Qual das expressões seguintes dá o número de quadrados **cinzentos** do termo de ordem  $n$  ?

- (A)  $n^2$                       (B)  $n$                       (C)  $n^2 - n$                       (D)  $4n - 2$

**16.** Considera a sucessão de termo geral  $u_n = n^2 - 1$ .

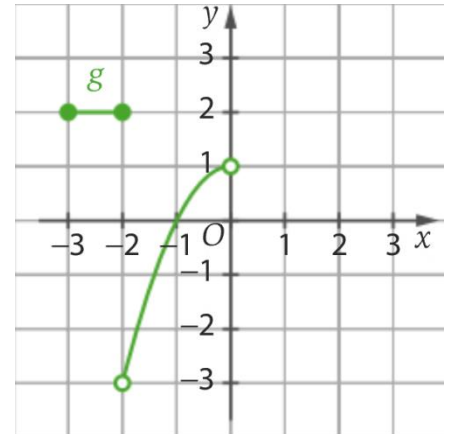
**16.1** Calcula os cinco primeiros termos da sucessão.

**16.2** Verifica se 99 é um termo desta sucessão e, em caso afirmativo, identifica a respetiva ordem.

**17.** Justifica que a expressão  $\frac{1}{n-1}$  não pode ser o termo geral de uma sucessão em  $\mathbb{N}$ .

**TEMA: Funções**

**18.** Relativamente à função  $g$ , cujo gráfico se apresenta na figura ao lado:

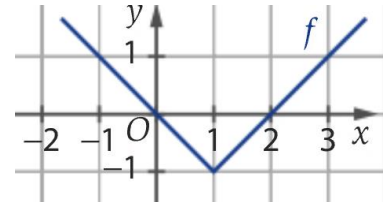


**18.1** é correto afirmar que

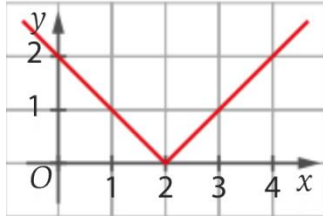
- (A) o contradomínio é  $[-3, 2]$ .
- (B) é uma função crescente.
- (C)  $-3$  é o mínimo.
- (D)  $2$  é o máximo.

**18.2** apresenta o gráfico de uma extensão da função  $g$  que seja uma função par.

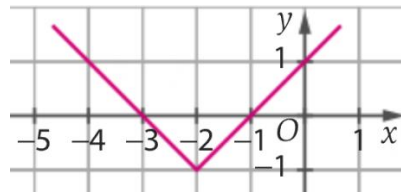
**19.** Na figura ao lado está representada uma função real, de variável real,  $f$ . Em qual das seguintes opções pode estar representada graficamente a função  $g$  tal que  $g(x) = f(x-1) + 1$ ?



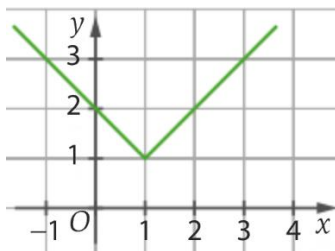
(A)



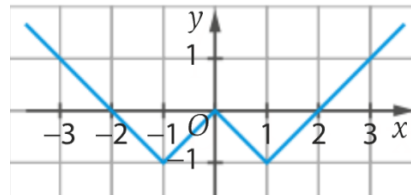
(C)



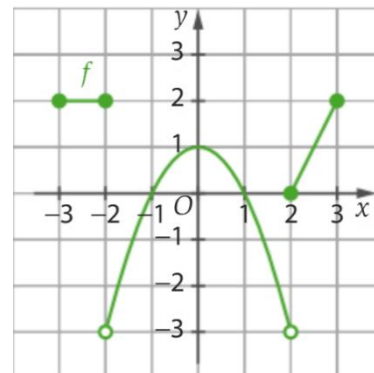
(B)



(D)



**20.** Na figura ao lado, apresenta-se o gráfico da função  $f$ .



**20.1** Identifica, relativamente à função  $f$ :

- 20.1.1** o domínio e o contradomínio;
- 20.1.2** os zeros;
- 20.1.3** os intervalos de monotonia;
- 20.1.4** os extremos e os respetivos extremantes;
- 20.1.5** o sentido da concavidade do gráfico, no intervalo  $]-2, 2[$ .

**20.2** A função  $f$  é uma função par? Justifica a tua resposta.

**20.3** Indica os conjuntos solução das seguintes condições:

- 20.3.1**  $f(x) = 2$
- 20.3.2**  $f(x) + 3 = 0$
- 20.3.3**  $f(x) \geq 0$

**20.4** O gráfico da função  $f$  é constituído por dois segmentos de reta e por um arco de parábola. Define analiticamente a função  $f$  por ramos.

**21.** A altura,  $h$ , em metros, de um corpo lançado na vertical, de baixo para cima, de uma altura de 60 metros relativamente ao solo, e com velocidade inicial de 25 m/s, em função do tempo,  $t$ , em segundos, é dada por  $h(t) = -4,9t^2 + 25t + 60$ .

**21.1** Utilizando a calculadora gráfica:

- 21.1.1** apresenta o gráfico da função  $h$ ;
- 21.1.2** determina o contradomínio da função  $h$  e interpreta-o no contexto da situação.

**21.2** Determina, graficamente, durante quanto tempo o corpo se encontrou a uma altura superior a 40 metros (apresenta o resultado em segundos, arredondado às décimas);

**21.3** Determina, analiticamente, quanto tempo o corpo se encontrou em movimento (apresenta o resultado em segundos, arredondado às décimas).

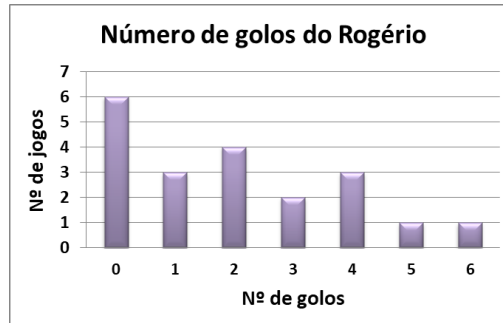
**22.** Determina, analiticamente, os zeros da função real de variável real definida por

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$$

Na tua resolução, começa por mostrar que 3 é uma raiz do polinómio  $x^3 - 3x^2 - 9x + 27$ .

**TEMA: Estatística**

**23.** No gráfico seguinte, estão representados os golos marcados pelo Rogério, melhor marcador da sua turma, em 20 jogos realizados no pátio da escola.



**23.1** No total dos 20 jogos, quantos golos marcou o Rogério?

- (A) 14      (B) 20      (C) 21      (D) 40

**23.2** Calcula a média de golos marcados pelo Rogério.

**23.3** Determina a mediana de golos marcados pelo Rogério.

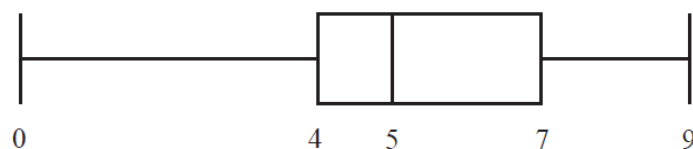
**24.** Considera a tabela de frequências absolutas referentes às notas de Matemática dos alunos da turma A do 8.º ano de uma escola.

<b>Notas dos alunos do 8.º A em Matemática</b>	2	3	4	5
<b>Frequência absoluta</b>	5	5	8	2

Qual é a frequência relativa referente aos alunos que tiveram nível 4 ?

- (A) 4%      (B) 8%      (C) 40%      (D) 80%

**25.** Considera o seguinte diagrama de extremos e quartis.



Qual é o 3.º quartil do conjunto de dados representado no diagrama?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7

**FIM**



## COTAÇÕES

Trigonometria										
<b>1</b>	<b>2.1</b>	<b>2.2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>					<b>Subtotal</b>
5	8	8	9	10	10					50
Geometria analítica										
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>			<b>Subtotal</b>
5	5	5	5	5	6 × 6	3 × 5	4 × 6			100
Sucessões										
<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16.1</b>	<b>16.2</b>	<b>17</b>						<b>Subtotal</b>
5	5	5	5	5						25
Funções										
<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20.1</b>	<b>20.2</b>	<b>20.3</b>	<b>20.4</b>	<b>21.1</b>	<b>21.2</b>	<b>21.3</b>	<b>22</b>	<b>Subtotal</b>
2 × 5	5	5 × 5	5	3 × 5	8	2 × 5	7	7	8	100
Estatística										
<b>23.1</b>	<b>23.2</b>	<b>23.3</b>	<b>24</b>	<b>25</b>						<b>Subtotal</b>
5	5	5	5	5						25

## Propostas de resolução e de distribuição de pontuações

Apresentam-se, a seguir, propostas de resolução das tarefas de diagnóstico, assim como as respetivas propostas de pontuações dos passos dessas resoluções. Compara o teu trabalho com as resoluções apresentadas e procede à autoavaliação, atribuindo os pontos relativos às tuas resoluções. Em alguns casos, podes ter apresentado resoluções alternativas, mas também corretas, pelo que as deves pontuar de forma equivalente.

Em casos de dúvida, consulta o(a) teu(tua) professor(a).

### TEMA: Trigonometria

#### 1. (B) [5 pontos]

##### 2.1 [8 pontos]

$$\tan(30^\circ) = \frac{x}{4} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \times \tan(30^\circ) \approx 2,31 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{4}{y} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{\cos(30^\circ)} \approx 4,62 \quad (2 \text{ pontos})$$

##### 2.2 [8 pontos]

$$\bullet \cos(x) = \frac{4,9}{6,4} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow x = \cos^{-1}\left(\frac{4,9}{6,4}\right) \approx 40,04^\circ \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\bullet y^2 + 4,9^2 = 6,4^2 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 16,95 \quad (1 \text{ ponto})$$

$$y = \sqrt{16,95} \approx 4,12 \quad (1 \text{ ponto})$$

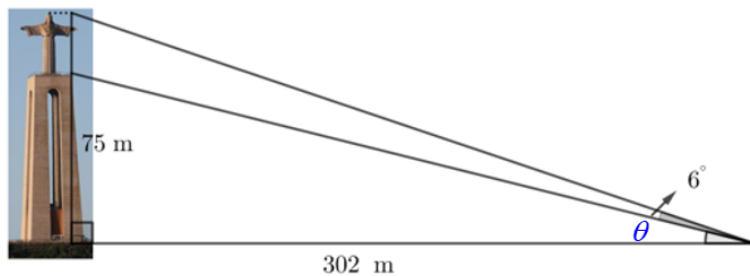
#### 3. [9 pontos]

$$\operatorname{tg}(\widehat{UST}) = \frac{\overline{UT}}{\overline{ST}} \Leftrightarrow \operatorname{tg}(\widehat{UST}) = \frac{0,18}{2,58} \quad (4 \text{ pontos})$$

$$\operatorname{tg}(\widehat{UST}) \approx 0,0698, \text{ logo } \widehat{UST} \approx 4^\circ \quad (4 \text{ pontos})$$

Como  $\widehat{UST} < 4,6^\circ$ , a rampa cumpre o requisito. (1 ponto)

4. [10 pontos]



$$\tan(\theta) = \frac{75}{302} \quad \theta \approx 13,947^\circ \quad (3 \text{ pontos})$$

$$\theta + 6^\circ \approx 19,947^\circ \quad (1 \text{ ponto})$$

$$\tan(19,947^\circ) = \frac{h}{302} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow h = 302 \times \tan(19,947^\circ) \quad (2 \text{ pontos})$$

$$h \approx 110 \text{ m} \quad (2 \text{ pontos})$$

5. [10 pontos]

- $$0,6^2 + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(\alpha) = 0,64 \Leftrightarrow \cos(\alpha) = 0,8 \quad (3 \text{ pontos})$$

$\alpha$  agudo

- $$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow \tan(\alpha) = \frac{0,6}{0,8} \Leftrightarrow \tan(\alpha) = 0,75 \quad (3 \text{ pontos})$$

## TEMA: Geometria analítica

6. (C) [5 pontos]

7. (D) [5 pontos]

8. (C) [5 pontos]

9. (C) [5 pontos]

10. [5 pontos]

$$2x^2 - 12x + 2y^2 + 16y = -46 \Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 + 8y = -23 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = -23 + 9 + 16 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 2 \quad (2 \text{ pontos})$$

O raio é  $\sqrt{2}$  e as coordenadas do centro são  $(3, -4)$ . (1 ponto)

11.1 [6 pontos]

$$\overline{PQ} = \sqrt{(0+4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{20} \quad (3 \text{ pontos})$$

$$A_{[PQRS]} = 20 \quad (3 \text{ pontos})$$

11.2 [6 pontos]

$$\overline{QR} = (2, 4) \quad (1 \text{ ponto})$$

$$S = P + \overline{QR} \quad (3 \text{ pontos})$$

$$= (-4, 0) + (2, 4) \quad (1 \text{ ponto})$$

$$= (-2, 4) \quad (1 \text{ ponto})$$

11.3 [6 pontos]

$$\sqrt{(x+4)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 + y^2 = x^2 + y^2 + 4y + 4 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow y = 2x + 3 \quad (2 \text{ pontos})$$

11.4 [6 pontos]

$$m = \frac{0+2}{-4-0} = -\frac{1}{2} \quad (3 \text{ pontos})$$

$$b = -2 \quad (1 \text{ ponto})$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 2 \quad (2 \text{ pontos})$$

### 11.5 [6 pontos]

Coordenadas do centro:  $\left(\frac{-4+2}{2}; \frac{0+2}{2}\right) = (-1,1)$  (2 pontos)

Raio:  $\frac{\overline{PR}}{2} = \frac{\sqrt{(-4-2)^2 + (0-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2}$  (1 ponto)

Equação:  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10$  (3 pontos)

### 11.6 [6 pontos]

O ponto  $T$  é o ponto de interseção da circunferência de centro em  $Q$  e raio 5 com a circunferência de centro em  $R$  e raio 5, que pertence ao 4.º quadrante.

Circunferência de centro em  $Q$  e raio 5:  $x^2 + (y+2)^2 = 25$  (1 ponto)

Circunferência de centro em  $R$  e raio 5:  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 25$  (1 ponto)

Coordenadas de  $T$ :

$$\begin{cases} x^2 + (y+2)^2 = 25 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 4y + 4 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 \\ \text{_____} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y \\ (1 - 2y - 2)^2 + (y - 2)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \vee y = 2 \end{cases} \quad (3 \text{ pontos})$$

Imp. (T ∈ 4.ºQ)

$T(5, -2)$  (1 ponto)

### 12.1 [5 pontos]

$\frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  ;  $\frac{2}{-2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  (ou  $\frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{-2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ) (2 pontos)

$\vec{b} = \sqrt{3}\vec{a}$ , logo os vetores são colineares. (3 pontos)

### 12.2 [5 pontos]

$\vec{b} - \vec{a} = (\sqrt{3} + 1, -2\sqrt{3} - 2, 3 + \sqrt{3})$  (1 ponto)

$\|\vec{b} - \vec{a}\| = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + (-2\sqrt{3} - 2)^2 + (3 + \sqrt{3})^2}$  (1 ponto)

$= \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 12 + 8\sqrt{3} + 4 + 9 + 6\sqrt{3} + 3}$  (2 pontos)

$= \sqrt{32 + 16\sqrt{3}}$  (1 ponto)

### 12.3 [5 pontos]

$$\|\vec{c}\| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-2)^2 + 4^2} = 5 \quad (1 \text{ ponto})$$

O vetor colinear ao vetor  $\vec{c}$ , com o sentido contrário ao deste e norma 10 é  $-2\vec{c}$ , ou seja, tem coordenadas  $(-2\sqrt{5}, 4, -8)$ . (4 pontos)

### 13.1 [6 pontos]

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2} \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 4z + 4 = x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 2z + 1 \quad (3 \text{ pontos})$$

$$\Leftrightarrow x - 6y - 3z = -1 \quad (1 \text{ ponto})$$

### 13.2 [6 pontos]

$$\text{Vetor diretor } (\overline{BG}): (4-1, -21-(-3), 36-(-1)) = (3, -18, 37). \quad (3 \text{ pontos})$$

$$\text{Equação: } (x, y, z) = (0, 3, 2) + k(3, -18, 37), \quad k \in \mathbb{R} \quad (3 \text{ pontos})$$

### 13.3 [6 pontos]

Determinar as coordenadas de dois dos seguintes vetores (ou simétricos):  $\overline{AB}$ ,  $\overline{GH}$  e  $\overline{BG}$ . (1 ponto + 1 ponto)

$$\begin{aligned} C &= H + \overline{GB} \\ &= (-2, -22, 36) + (-3, 18, -37) = (-5, -4, -1) \quad (1 \text{ ponto}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= A + \overline{GH} \\ &= (0, 3, 2) + (-6, -1, 0) = (-6, 2, 2) \quad (1 \text{ ponto}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= D + \overline{BG} \\ &= (-6, 2, 2) + (3, -18, 37) = (-3, -16, 39) \quad (1 \text{ ponto}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= A + \overline{BG} \\ &= (0, 3, 2) + (3, -18, 37) = (3, -15, 39) \quad (1 \text{ ponto}) \end{aligned}$$

### 13.4 [6 pontos]

$$\text{Coordenadas do centro } (M_{[AH]}): \left( \frac{0+(-2)}{2}, \frac{3+(-22)}{2}, \frac{2+36}{2} \right) = \left( -1, -\frac{19}{2}, 19 \right) \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\text{Raio: } \frac{\overline{AH}}{2} = \frac{\sqrt{(-2-0)^2 + (-22-3)^2 + (36-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{1785}}{2} \quad (1 \text{ ponto})$$

Equação:  $(x+1)^2 + \left(y + \frac{19}{2}\right)^2 + (y-19)^2 = \frac{1785}{4}$  (3 pontos)

**TEMA: Sucessões**

14. (D) [5 pontos]

15. (C) [5 pontos]

16.1 [5 pontos]

$$u_1 = 1^2 - 1 = 0, u_2 = 2^2 - 1 = 3, u_3 = 3^2 - 1 = 8, u_4 = 4^2 - 1 = 15, u_5 = 5^2 - 1 = 24 \quad (5 \text{ pontos})$$

16.2 [5 pontos]

$$u_n = 99 \Leftrightarrow n^2 - 1 = 99 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$n = 10 \quad (2 \text{ pontos})$$

99 é o 10.º termo da sucessão. (1 ponto)

17. [5 pontos]

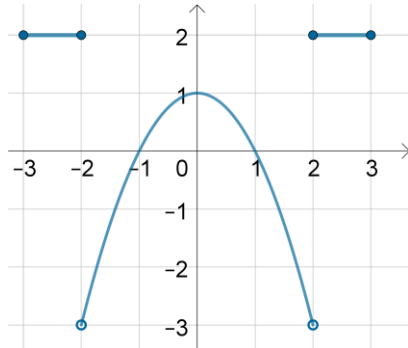
O domínio de uma sucessão é o conjunto dos números naturais ( $\mathbb{N}$ ). (1 ponto)

$1 \in \mathbb{N}$ , mas não pertence ao domínio de validade da expressão  $\frac{1}{n-1}$ . (4 pontos)

**TEMA: Funções**

**18.1 (D) [5 pontos]**

**18.2 [5 pontos]**



**19. (A) [5 pontos]**

**20.1.1 [5 pontos]**

$D_f = [-3, 3]$  (2 pontos)

$CD_f = ]-3, 2]$  (3 pontos)

**20.1.2 [5 pontos]**

$\{-1, 1, 2\}$  (5 pontos)

**20.1.3 [5 pontos]**

Crescente em  $]-2, 0]$  e  $[2, 3]$  (2 pontos)

Decrescente em  $[0, 2[$  (2 pontos)

Constante em  $[-3, -2]$  (1 ponto)

**20.1.4 [5 pontos]**

Máximos relativos:

1 ; maximizantes: 0 (1 ponto)

2 ; maximizantes:  $[-3, -2]$  e 3 (2 pontos)

Mínimo relativo: 2 ; minimizantes:  $[-3, -2[$  (2 pontos)

**20.1.5 [5 pontos]**

Voltada para baixo. (5 pontos)



**20.2 [5 pontos]**

Não. (2 pontos)

Por exemplo,  $f(-2) \neq f(2)$ . (3 pontos)**20.3.1 [5 pontos]**

$$x \in [-3, 2] \cup \{3\} \quad (5 \text{ pontos})$$

**20.3.2 [5 pontos]**

$$f(x) = -3 \quad (1 \text{ ponto})$$

$$\Leftrightarrow x \in \{ \} \quad (4 \text{ pontos})$$

**20.3.3 [5 pontos]**

$$x \in [-3, -2] \cup [-1, 1] \cup [2, 3] \quad (5 \text{ pontos})$$

**20.4 [8 pontos]**

- Equação da reta que contém o segmento de reta horizontal

$$y = 2 \quad (1 \text{ ponto})$$

- Equação da reta que contém o segmento de reta não horizontal

$$m = \frac{2}{1} = 2$$

$$0 = 2 \times 2 + b \Leftrightarrow b = -4$$

$$y = 2x - 4 \quad (2 \text{ pontos})$$

- Equação da parábola que contém o arco de parábola

$$y = a(x+1)(x-1)$$

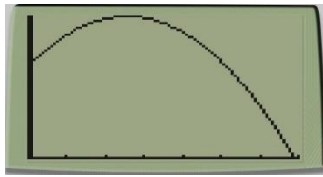
$$1 = a \times 1 \times (-1) \Leftrightarrow a = -1$$

$$y = -x^2 + 1 \quad (2 \text{ pontos})$$

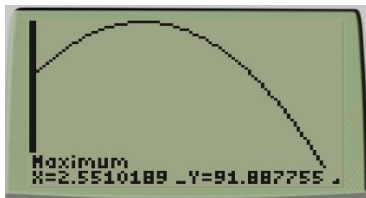
- Expressão analítica de  $f$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -3 \leq x \leq -2 \\ -x^2 + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ 2x - 4 & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad (3 \text{ pontos})$$

**21.1.1 [5 pontos]**



**21.1.2 [5 pontos]**

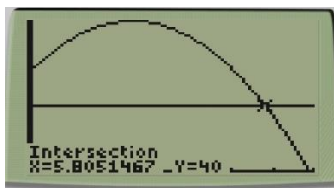


Contradomínio:  $[0; 91,9]$  (1 c.d.) (3 pontos)

A altura do projétil varia entre 0 m e 91,9 m (aproximadamente). (2 pontos)

**21.2 [7 pontos]**

$h(t) > 40$  (1 ponto)



(5 pontos)

A altura foi superior a 40 metros durante 5,8 segundos. (1 ponto)

**21.3 [7 pontos]**

$h(t) > 0$  (1 ponto)

Zeros:

$h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 25t + 60 = 0$  (1 ponto)

$\Leftrightarrow t = \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \times (-4,9) \times 60}}{2 \times (-4,9)} \Leftrightarrow t \approx 6,9 \vee t \approx \underbrace{-1,8}_{\text{Imp.}}$  (2 pontos)

A parábola tem concavidade voltada para baixo, logo

$h(t) > 0 \Leftrightarrow 0 \leq t < 6,9$  (1c.d.) (2 pontos)

O corpo esteve em movimento durante aproximadamente 6,9 segundos. (1 ponto)

22. [8 pontos]

$$f(3) = 3^3 - 3 \times 3^2 - 9 \times 3 + 27 = 0 \quad (1 \text{ ponto})$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -9 & 27 \\ 3 & & 3 & 0 & -27 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array} \quad (3 \text{ pontos})$$

$$f(x) = (x-3)(x^2-9) \quad (1 \text{ ponto})$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2-9) = 0 \Leftrightarrow x=3 \vee x=-3 \vee x=3 \quad (2 \text{ pontos})$$

$$\text{Zeros: } \{-3, 3\} \quad (1 \text{ ponto})$$

### TEMA: Estatística

23.1 (D) [5 pontos]

23.2 [5 pontos]

$$\bar{x} = \frac{0 \times 6 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 1 + 6 \times 1}{20} = 2 \quad (5 \text{ pontos})$$

23.3 [5 pontos]

Considerando a sequência ordenada dos dados, a mediana é a média dos 10.º e 11.º dados.

(1 ponto)

$$\text{Med} = \frac{2+2}{2} = 2 \quad (4 \text{ pontos})$$

24. (C) [5 pontos]

25. (D) [5 pontos]