1.

1.1. Um vetor diretor da reta r é $\vec{v}(1,-2)$, pelo que $m=\frac{-2}{1}=-2$. O declive da reta r é -2.

1.2. $\tan(\alpha)=m \Leftrightarrow \tan(\alpha)=-2$

Como $0\leq a<180^\circ$ vem que $\alpha\approx 117^\text{o}$.

Opção (B)

2.

2.1. $\frac{2\pi}{3}$

Opção (C)

2.2. Como $x\in\mathbb{R}$, $-1\leq\cos x\leq 1$.

$-1\leq\cos(3x+\pi)\leq 1\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2\leq -2\cos(3x+\pi)\leq 2$

$\Leftrightarrow -1\leq 1-2\cos(3x+\pi)\leq 3$

$D'_f=[-1,\ 3]$

Opção (A)

2.3.

$$f(x)=0\Leftrightarrow 1-2\cos(3x+\pi)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos(3x+\pi)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3x+\pi=\frac{\pi}{3}+2\pi k\vee 3x+\pi=-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}\vee x=-\frac{4\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3},\ k\in\mathbb{Z}$$

Para $k=0$: $x=-\frac{2\pi}{9}\vee x=-\frac{4\pi}{9}$

Para $k=1$: $x=\frac{4\pi}{9}\vee x=\frac{2\pi}{9}$

Para $k=2$: $x=\frac{10\pi}{9}\vee x=\frac{8\pi}{9}$

$A\left(\frac{2\pi}{9},0\right)$ e $B\left(\frac{8\pi}{9},0\right)$, pelo que $\overline{AB}=\frac{8\pi}{9}-\frac{2\pi}{9}=\frac{2\pi}{3}$.

A altura do triângulo corresponde ao valor absoluto da ordenada do ponto C, ou seja, 1.

$$A=\frac{\frac{2\pi}{3}\times 1}{2}=\frac{\pi}{3} \text{ u.a.}$$

3.

3.1. $A(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$; $B(-\cos\alpha,\ \sin\alpha)$; $C(1,\ \tan\alpha)$

$\overline{AB}=-2\cos\alpha$

Seja h a altura do triângulo: $h=-\sin\alpha+\tan\alpha$

A área do triângulo $[ABC]$ é dada por:

$$A(\alpha)=\frac{\overline{AB}\times h}{2}$$

$$A(\alpha)=\frac{-2\cos\alpha(-\sin\alpha+\tan\alpha)}{2}$$

$$=-\cos\alpha(-\sin\alpha+\tan\alpha)$$

$$=\cos\alpha\sin\alpha-\sin\alpha$$

$$=\sin\alpha(\cos\alpha-1)$$

3.2. $1+2\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)+2\sin(11\pi+\alpha)=3\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1-2\sin(\alpha)-2\sin(\alpha)=3$

$\Leftrightarrow \sin(\alpha)=-\frac{1}{2}$

Como $\sin\alpha=-\frac{1}{2}\wedge\alpha\in\left]\pi,\ \frac{3\pi}{2}\right[$, então $\alpha=\frac{7\pi}{6}$ e $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

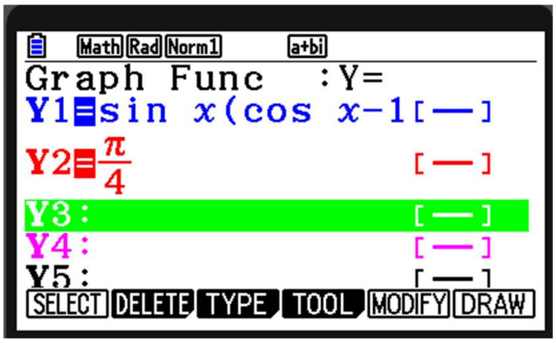
$$A(\alpha)=\sin\alpha(\cos\alpha-1)$$

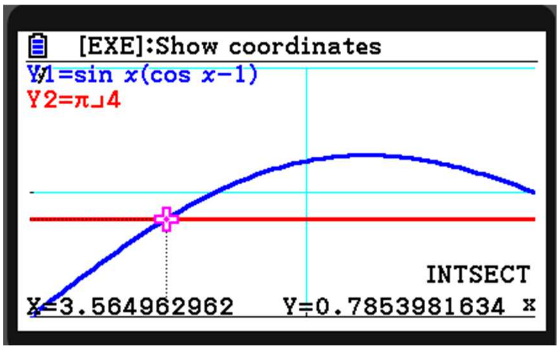
$$A(\alpha)=-\frac{1}{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)=\frac{\sqrt{3}+2}{4} \text{ u.a.}$$

3.3. Pretendemos determinar o valor de α para o qual a medida da área do triângulo $[ABC]$ é igual a um quarto da medida da área do círculo de centro na origem e raio 1.

A solução do problema é o valor de $\alpha\in\left]\pi,\ \frac{3\pi}{2}\right[$ que é solução da equação:

$$A(\alpha)=\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \sin\alpha(\cos\alpha-1)=\frac{\pi}{4}$$





$\alpha \approx 3{,}56$ rad

4. $\sin(x)=-\frac{1}{10}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{1}{10} \Leftrightarrow -\sin(\alpha)=\frac{1}{10} \Leftrightarrow \sin(\alpha)=-\frac{1}{10}$$

Opção (C)

5. $x \in \left]\frac{2\pi}{3}, \pi\right[$, então $-1<\cos x<-\frac{1}{2}$.

$$-1<\frac{1-3k}{2}<-\frac{1}{2} \Leftrightarrow -2<1-3k<-1 \Leftrightarrow k<1 \wedge k>\frac{2}{3}$$

$$k \in \left]\frac{2}{3}, 1\right[$$

6. $A\hat{O}B=60^{\circ}$, então a inclinação da reta AB é $\alpha=120^{\circ}$.

$$m=\tan(120^{\circ}) \Leftrightarrow m=-\sqrt{3}$$

AB: $y=-\sqrt{3}x+b$

$A(a,0)$, logo $0=-\sqrt{3}a+b \Leftrightarrow \sqrt{3}a=b$.