1.1. Sabe-se que $C\hat{D}A = A\hat{D}B = B\hat{D}C = \frac{2\pi}{3}$.

Se $\theta = \frac{\pi}{4}$, então $C\hat{D}F = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$.

Como $B\hat{D}F = B\hat{D}C + C\hat{D}F$, tem-se: $B\hat{D}F = \frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$.

Resposta: Opção (C) $\frac{13\pi}{12}$

1.2. $h(\theta) = 90 \wedge \theta \in [0, 2\pi] \Leftrightarrow 70 - 40\cos\theta = 90 \wedge \theta \in [0, 2\pi] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \wedge \theta \in [0, 2\pi] \Leftrightarrow \theta = \frac{2\pi}{3} \vee \theta = \frac{4\pi}{3}$

Resposta: $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$

2.1. $F(2) = \frac{3600 - 950 \times 2}{2 + 3} = 340$. Significa que, duas horas após a abertura das portas do recinto, faltavam entrar 340 pessoas.

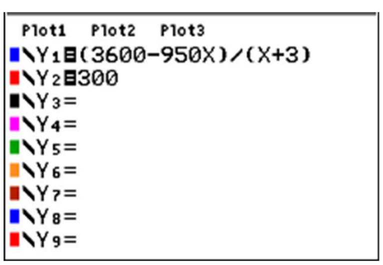
2.2. $F(t) = \frac{3600 - 950t}{t + 3}$

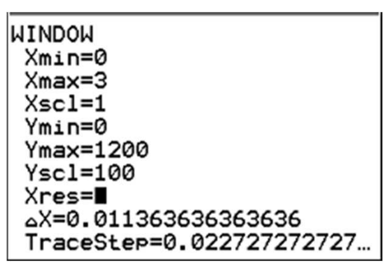
Quando estavam 75% das pessoas no recinto, faltavam entrar 25%.

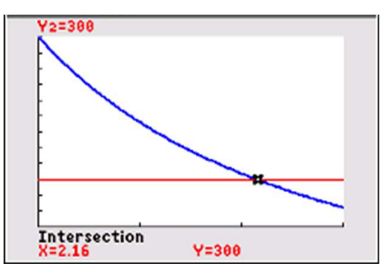
$F(t) = 0{,}25 \times 1200 \Leftrightarrow F(t) = 300$

Visualizam-se, na calculadora gráfica, as representações gráficas das funções definidas por:

$y_1 = \frac{3600 - 950x}{x + 3}$ e $y_2 = 300$, com $0 \le x \le 3$ e $0 \le y \le 1200$







$F(t)=300 \Leftrightarrow t=2{,}16$

O ponto de interseção dos gráficos das funções tem coordenadas $(2{,}16;\ 300)$.

$0{,}16\times 60=9{,}6\approx 10$

Ao fim de, aproximadamente, 2 h 10 min após a abertura das portas, faltavam entrar 300 pessoas no recinto.

Assim, o número de espectadores atingiu 75% do número de pessoas que compraram bilhete às 22:10.

3.1. Centro da superfície esférica: $C(-1,1,-2)$

Sejam (a,b,c) as coordenadas do ponto *T*.

O ponto *C* é o ponto médio de [*TP*], sendo $P(0,-2,-1)$.

$$\left(\frac{a+0}{2},\frac{b-2}{2},\frac{c-1}{2}\right)=(-1,1,-2)$$

Daqui resulta que:

$$\begin{cases}\frac{a}{2}=-1\\ \frac{b-2}{2}=1\\ \frac{c-1}{2}=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\ b=4\\ c=-3\end{cases}$$

Resposta: Opção (A) $(-2,4,-3)$

3.2. O plano α é o lugar geométrico dos pontos $Q(x,y,z)$, tais que $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{PQ}=0$.

$\overrightarrow{CP}=P-C=(1,-3,1)$

$\overrightarrow{PQ}=Q-P=(x-0,\ y+2,\ z+1)$

$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{PQ}=0\Leftrightarrow(1,-3,1)\cdot(x,\ y+2,\ z+1)=0$

$\Leftrightarrow x-3y-6+z+1=0\Leftrightarrow x-3y+z-5=0$

Resposta: O plano α é definido pela equação $x-3y+z-5=0$.

3.3. A reta *r* pode ser definida pela seguinte equação vetorial:

$(x,y,z)=(0,-2,-1)+k(2,1,-2)\ ,\ k\in\mathbb{R}$

Seja *A* o ponto de interseção da reta *r* com o plano *xOz*.

As coordenadas do ponto *A* são do tipo $(x,0,z)$.

Como o ponto A pertence à reta r, então $(x,0,z)=(0,-2,-1)+k(2,1,-2)$, $k\in\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x=0+2k \\ 0=-2+k \\ z=-1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2k \\ k=2 \\ z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ k=2 \\ z=-5 \end{cases}.$$

O ponto A tem coordenadas $(4,0,-5)$.

Resposta: A reta r interseta o plano xOz no ponto de coordenadas $(4,0,-5)$.

4.1. (s_n)

4.2. (v_n)

4.3. (u_n)

4.4. (t_n)

4.5. (w_n)

5. $S_{13}=1017$

$$S_{13}=1027 \Leftrightarrow \frac{v_1+v_{13}}{2}\times 13=1027 \Leftrightarrow v_1+v_{13}=158 \Leftrightarrow v_1+v_1+12r=158 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 25+25+12r=158 \Leftrightarrow 12r=108 \Leftrightarrow r=9$$

Resposta: A razão da progressão aritmética é 9.

6.1. $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}=1+\dfrac{3}{x-2}$

Equações das assíntotas ao gráfico de f:

assíntota vertical: $x=2$; assíntota horizontal: $y=1$

Equações das assíntotas ao gráfico da função definida por:

- $y=f(x+1)$:

  assíntota vertical: $x=1$; assíntota horizontal: $y=1$

- $y=-f(x+1)$:

  assíntota vertical: $x=1$; assíntota horizontal: $y=-1$

- $g(x)=2-f(x+1)$:

  assíntota vertical: $x=1$; assíntota horizontal: $y=1$

O ponto S tem coordenadas $(1,\ 1)$.

Resposta: Opção (D) $(1,\ 1)$

6.2. $u_n = \frac{1+2n}{n} = 2 + \frac{1}{n}$

$\lim u_n = \lim\left(2+\frac{1}{n}\right) = 2^+$

$\lim f(u_n) = \lim \frac{u_n+1}{u_n-2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$

Resposta: Opção (D) $+\infty$

7. A reta *t* é definida por uma equação do tipo $y = mx+1$.

O ponto de coordenadas $(-1,\ 0)$ pertence à reta *t*. Então, $0 = m\times(-1)+1$. Daqui resulta que $m=1$.

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ representa a derivada da função *f* no ponto de abcissa 1, que é igual ao declive da reta tangente ao gráfico de *f* nesse ponto.

Assim, conclui-se que $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 1$.

8.1. A área do trapézio é dada por $\frac{\overline{OA}+\overline{BP}}{2}\times\overline{OB}$.

$\overline{OA}=6$; $\overline{BP}=x$ (abcissa de *P*); $\overline{OB} = f(x) = \frac{3}{x}$ (ordenada de *P*)

Então, $g(x) = \frac{6+x}{2}\times\frac{3}{x} = \frac{18+3x}{2x}$.

8.2. A taxa média de variação da função *g* no intervalo $[2,\ 4]$ é dada por:

$$\frac{g(4)-g(2)}{4-2} = \frac{\frac{15}{4}-\frac{24}{4}}{2} = -\frac{9}{8}$$

Resposta: A taxa média de variação da função *g* no intervalo $[2,\ 4]$ é igual a $-\frac{9}{8}$.

9.1. $0 \in D_f$

Existe limite da função *f* quando $x \to 0$ se $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$.

- $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{2x}{x^2-2x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{2x}{x(x-2)} = \lim_{x\to 0^-} \frac{2}{x-2} = -1$
- $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \left(x^2-3x-1\right) = 0-0-1 = -1$
- $f(0) = -1$

Resposta: $\lim_{x\to 0} f(x) = -1$

9.2. Seja *P* o ponto de abcissa 2 pertencente ao gráfico de *f*.

As coordenadas do ponto *P* são $\left(2, f(2)\right)$, ou seja, $(2, -3)$.

O declive da reta tangente ao gráfico de *f* no ponto *P* é igual a $f'(2)$.

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x-1) = 1$$

A equação da reta tangente em $P(2,-3)$ é do tipo $y = x+b$.

O ponto *P* pertence à reta, então:

$-3 = 2+b \Leftrightarrow b = -5$

Resposta: $y = x-5$