

Teste N.º 1

**Matemática A**

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**11.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

---

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

---

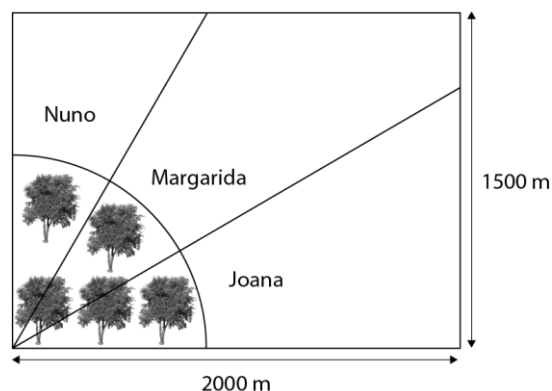
---

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. O Nuno, a Margarida e a Joana são três irmãos que pretendem dividir um terreno retangular com 2000 metros de comprimento e 1500 metros de largura. Nesse terreno, existe um pomar que ocupa um quarto de círculo, como se encontra representado na figura ao lado. Para efetuar a divisão, ficou acordado que cada irmão ficava com um terço da área do pomar e que a divisão seria feita como se indica na figura.



Nestas condições, qual é a percentagem de terreno com que o Nuno irá ficar?

Apresente o resultado com aproximação às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

2. De dois ângulos, de amplitudes  $\alpha$  e  $\beta$ , sabe-se que  $\alpha \in \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$  e  $\beta \in \left] -2\pi, -\frac{3\pi}{2} \right[$ .

Então, pode afirmar-se que:

- (A)  $\sin \alpha \times \cos \beta > 0$
- (B)  $\cos \alpha \times \operatorname{tg} \beta > 0$
- (C)  $\sin \beta - \sin \alpha < 0$
- (D)  $\sin \alpha - \cos \beta < 0$

3. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = 4 - 3\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$$

- 3.1. Determine uma expressão geral dos maximizantes da função  $f$ .

- 3.2. Justifique que  $\frac{2\pi}{3}$  é período da função  $f$ .

- 3.3. Qualquer que seja o valor real de  $x$ , a expressão  $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  é igual a:

- (A)  $4 - 3\cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$
- (B)  $8 - 6\cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$
- (C) 4
- (D) 8

4. Considere  $A(x) = \cos^2\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos^2(2021\pi + x) + \sin(2021\pi + x)$ .

A expressão  $A(x)$  é igual a:

- (A)  $-1$
- (B)  $1$
- (C)  $1 - 2\sin x$
- (D)  $1 + 2\sin x$

5. Seja  $g$  a função, de domínio  $D$ , definida por:

$$g(x) = \frac{(1 + \operatorname{tg} x)^2}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

5.1. Qual dos seguintes conjuntos pode representar o conjunto  $D$ ?

- (A)  $\mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (B)  $\mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (C)  $\mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (D)  $\mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

5.2. Prove que, para todo o  $x$  onde a igualdade tem significado, se tem  $g(x) = (\sin x + \cos x)^2$ .

6. Considere, em  $\mathbb{R}$ , a equação trigonométrica:

$$2 \cos x = 1$$

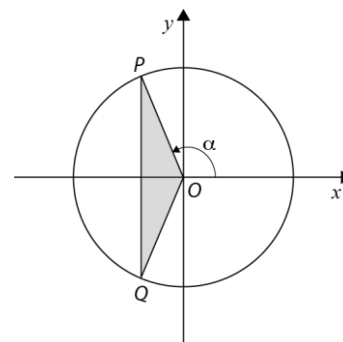
Quantas soluções tem esta equação no intervalo  $\left]-\frac{\pi}{4}, 4\pi\right[$ ?

- (A) 5
- (B) 4
- (C) 3
- (D) 2

7. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $Oxy$ , a circunferência de centro em  $O$  e raio 4 e o triângulo  $[OPQ]$ .

Sabe-se que a reta  $PQ$  é paralela ao eixo  $Oy$ .

Seja  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo  $Ox$  e por lado extremidade a semirreta  $\hat{OP}$ ,  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ .



7.1. Mostre que a área do triângulo  $[OPQ]$  pode ser dada pela expressão  $-16\sin\alpha \cos\alpha$ .

7.2. Para uma certa posição do ponto  $P$ , sabe-se que  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{3}$ .

Sem recurso à calculadora, determine, para essa posição do ponto  $P$ , a área do triângulo  $[OPQ]$ . Apresente o resultado na forma  $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{N}$ .

7.3. Considere, para um certo valor de  $\beta$ , a área do triângulo  $[OPQ]$ . Sabe-se que, quando esse valor de  $\beta$  duplica, a área do triângulo  $[OPQ]$  passa para metade.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de  $\beta$ , sabendo que no intervalo considerado esse valor existe e é único.

Apresente o resultado com aproximação às centésimas.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação, e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.

8. Considere a função  $f$  definida, em  $[0, \pi]$ , por:

$$f(x) = \cos x + \cos(2x)$$

Sem recurso à calculadora, determine o valor exato da área do polígono cujos vértices são os pontos de interseção do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.

**FIM**

### COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.	5.1	5.2.	6.	7.1.	7.2.	7.3.	8.	
20	10	20	15	10	10	10	20	10	15	20	20	20	<b>200</b>