

	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretação geométrica de sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; - Resolução de sistemas de duas equações de 1.º grau pelo método de substituição. - Problemas envolvendo sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.
OTD8 10 tempos	Diagramas de extremos e quartis <ul style="list-style-type: none"> - Noção de quartil; - Diagramas de extremos e quartis; - Amplitude interquartil; - Problemas envolvendo gráficos diversos e diagramas de extremos e quartis.

9.º ano

Domínio	Conteúdos
NO9 15 tempos	Relação de ordem em \mathbb{R} <p>Propriedades da relação de ordem</p> <ul style="list-style-type: none"> - Monotonia da adição; - Monotonia parcial da multiplicação; - Adição e produto de inequações membro a membro; - Monotonia do quadrado e do cubo; - Inequações e passagem ao inverso; - Simplificação e ordenação de expressões numéricas reais envolvendo frações, dízimas ou radicais, utilizando as propriedades da relação de ordem em \mathbb{R}. <p>Intervalos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Intervalos de números reais; - Representação de intervalos de números reais na reta numérica; - Interseção e reunião de intervalos. <p>Valores aproximados de resultados de operações</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aproximações da soma e do produto de números reais; - Aproximações de raízes quadradas e cúbicas; - Problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas.
GM9 65 tempos	Axiomatização das teorias Matemáticas <p>Vocabulário do método axiomático</p> <ul style="list-style-type: none"> - Teorias; objetos e relações primitivas; axiomas; - Axiomática de uma teoria; definições, teoremas e demonstrações; - Teorias axiomatizadas como modelos da realidade; - Condições necessárias e suficientes; hipótese e tese de um teorema; o símbolo «\Rightarrow»; - Lemas e corolários. <p>Axiomatização da Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> - Referência às axiomáticas para a Geometria Euclidiana; axiomáticas equivalentes; exemplos de objetos e relações primitivas; - Axiomática de Euclides; referência aos «Elementos» e aos axiomas e postulados de Euclides; confronto com a noção atual de axioma; - Lugares geométricos.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

A Geometria euclidiana e o axioma das paralelas

- 5.º Postulado de Euclides e axioma euclidiano de paralelismo;
- Referência às Geometrias não-euclidianas; Geometria hiperbólica ou de Lobachewski;
- Demonstrações de propriedades simples de posições relativas de retas num plano, envolvendo o axioma euclidiano de paralelismo.

Paralelismo de retas e planos no espaço euclidiano

- Planos concorrentes; propriedades;
- Retas paralelas e secantes a planos; propriedades;
- Paralelismo de retas no espaço; transitividade;
- Paralelismo de planos: caracterização do paralelismo de planos através do paralelismo de retas; transitividade; existência e unicidade do plano paralelo a um dado plano contendo um ponto exterior a esse plano.

Perpendicularidade de retas e planos no espaço euclidiano

- Ângulo de dois semiplanos com fronteira comum;
- Semiplanos e planos perpendiculares;
- Retas perpendiculares a planos; resultados de existência e unicidade; projeção ortogonal de um ponto num plano; reta normal a um plano e pé da perpendicular; plano normal a uma reta;
- Paralelismo de planos e perpendicularidade entre reta e plano;
- Critério de perpendicularidade de planos;
- Plano mediador de um segmento de reta.

Problemas

- Problemas envolvendo posições relativas de retas e planos.

Medida

Distâncias a um plano de pontos, retas paralelas e planos paralelos

- Distância de um ponto a um plano;
- Projeção ortogonal num plano de uma reta paralela ao plano e distância entre a reta e o plano;
- Distância entre planos paralelos;
- Altura da pirâmide, do cone e do prisma.

Volumes e áreas de superfícies de sólidos

- Volume da pirâmide, cone e esfera;
- Área da superfície de poliedros, da superfície lateral de cones retos e da superfície esférica;
- Problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

- Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo;
- Fórmula fundamental da Trigonometria;
- Relação entre a tangente de um ângulo agudo e o seno e cosseno do mesmo ângulo;
- Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares;
- Dedução dos valores das razões trigonométricas dos ângulos de 45° , 30° e 60° ;
- Utilização de tabelas e de uma calculadora para a determinação de valores aproximados da amplitude de um ângulo conhecida uma razão trigonométrica desse ângulo;
- Problemas envolvendo distâncias e razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

- A bissetriz de um ângulo como lugar geométrico;
- Circuncentro, incentro, ortocentro e baricentro de um triângulo; propriedades e construção;
- Problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

	<p>Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência</p> <ul style="list-style-type: none"> - Arcos de circunferência; extremos de um arco; arco menor e maior; - Cordas; arcos subtensos por uma corda; arco correspondente a uma corda; propriedades; - Amplitude de um arco; - Ângulo inscrito num arco; arco capaz; arco compreendido entre os lados de um ângulo inscrito; propriedades; - Segmento de círculo maior e menor; - Ângulo do segmento; ângulo ex-inscrito; propriedades; - Ângulos de vértice no exterior ou no interior de um círculo e lados intersecando a respetiva circunferência; propriedades; - Demonstração das fórmulas para a soma dos ângulos internos e de n ângulos externos com vértices distintos de um polígono convexo; aplicações: demonstração da fórmula para a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência; construção aproximada de um polígono regular de n lados inscrito numa circunferência utilizando transferidor; - Problemas envolvendo ângulos e arcos definidos numa circunferência e ângulos internos e externos de polígonos regulares.
<p>FSS9</p> <p>11 tempos</p>	<p>Funções algébricas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Funções de proporcionalidade inversa; referência à hipérbole; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa; - Funções da família $f(x) = ax^2$ com $a \neq 0$; - Conjunto-solução da equação de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ como interseção da parábola de equação $y = ax^2$ com a reta de equação $y = -bx - c$.
<p>ALG9</p> <p>29 tempos</p>	<p>Inequações</p> <ul style="list-style-type: none"> - Inequação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução; - Inequações possíveis e impossíveis; - Inequações equivalentes; - Princípios de equivalência; - Inequações de 1.º grau com uma incógnita; - Simplificação de inequações de 1.º grau; determinação do conjunto-solução na forma de um intervalo; - Determinação dos conjuntos-solução de conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau como intervalos ou reunião de intervalos disjuntos; - Problemas envolvendo inequações de 1.º grau. <p>Equações do 2.º grau</p> <ul style="list-style-type: none"> - Equações de 2.º grau completas; completamento do quadrado; - Fórmula resolvente; - Problemas geométricos e algébricos envolvendo equações de 2.º grau. <p>Proporcionalidade Inversa</p> <ul style="list-style-type: none"> - Grandezas inversamente proporcionais; critério de proporcionalidade inversa; - Constante de proporcionalidade inversa; - Problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais.
<p>OTD9</p> <p>22 tempos</p>	<p>Histogramas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Variáveis estatísticas discretas e contínuas; classes determinadas por intervalos numéricos; agrupamento de dados em classes da mesma amplitude; - Histogramas; propriedades; - Problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência e histogramas.

Probabilidade

- Experiências deterministas e aleatórias; universo dos resultados ou espaço amostral; casos possíveis;
- Acontecimentos: casos favoráveis, acontecimento elementar, composto, certo, impossível;
- Acontecimentos disjuntos ou incompatíveis e complementares;
- Experiências aleatórias com acontecimentos elementares equiprováveis;
- Definição de Laplace de probabilidade; propriedades e exemplos;
- Problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação de probabilidades de diferentes acontecimentos compostos, utilizando tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore;
- Comparação de probabilidades com frequências relativas em experiências aleatórias em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.

5. NÍVEIS DE DESEMPENHO

Tal como indicado na Introdução dos Cadernos de Apoio às Metas Curriculares, para vários descritores consideraram-se diferentes níveis de desempenho, materializados, nesses Cadernos, em exercícios ou problemas que podem ser propostos aos alunos. Aqueles que aí foram assinalados com um ou dois asteriscos estão associados a níveis de desempenho progressivamente mais avançados. Tais desempenhos mais avançados não são exigíveis a todos os alunos, tendo portanto, carácter opcional. No caso de outros descritores, embora não se tenham apresentado exemplos que permitissem distinguir níveis de desempenho, considera-se que o seu total cumprimento exige, só por si, um nível de desempenho avançado.

No quadro abaixo indicam-se todos os descritores atrás referidos, que se enquadram em três tipos distintos:

- Uns descritores mencionam **propriedades que devem ser reconhecidas**. Ainda que esse reconhecimento com níveis de desempenho que ultrapassem o considerado regular seja, tal como foi explicado acima, opcional, os alunos deverão, em todos os casos, conhecer pelo menos o enunciado destas propriedades, podendo utilizá-las quando necessário, por exemplo na resolução de problemas;
- Outros descritores envolvem **procedimentos**. Todos devem ser trabalhados ao nível mais elementar, ficando ao critério do professor o grau de desenvolvimento com que aborda situações mais complexas, correspondentes a níveis de desempenho superiores;
- Os restantes descritores referem-se a **propriedades que devem ser provadas ou demonstradas**; o facto de se incluírem alguns descritores deste tipo na lista dos que podem envolver níveis de desempenho avançados significa que as demonstrações a que se referem, embora devam ser requeridas para se atingirem esses níveis de desempenho, não são exigíveis à generalidade dos alunos, devendo todos eles, em qualquer caso, conhecer o enunciado das propriedades e estar aptos a utilizá-las quando necessário.

Em todos os casos, as condições em que são abordados os níveis de desempenho mais avançados ficam ao critério do professor, em função das circunstâncias (tempo, características dos alunos ou outros fatores) em que decorre a sua prática letiva.

Ano de escolaridade	Descritores
1.º ano	NO1 3.9
2.º ano	NO2 4.2,5.5, 7.3, 9.5,11.2 GM2 1.4 OTD2 1.1, 1.2,2.1
3.º ano	NO3 2.2, 4.4, 7.8, 9.4, 11.2,11.7,11.9,12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 13.3, 13.6 GM3 1.1 OTD3 1.1
4.º ano	NO4 2.2, 2.4, 2.5, 4.2, 5.4, 5.5,5.6,5.7, 6.5, 6.7
5.º ano	NO5 3.5, 3.6 GM5 1.7, 1.14, 1.15, 1.16, 2.2, 2.5, 2.6, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.16,2.20, 2.22, 4.2, 4.5 ALG5 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
6.º ano	NO6 2.9, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.6 GM6 1.4, 1.7,3.2, 3.4, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 9.5, 9.13 ALG6 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8
7.º ano	NO7 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 GM7 2.13, 2.16, 2.17, 2.18, 2.20, 2.24, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 7.1, 7.2, 7.4, 7.5, 7.6, 8.1, 8.3, 9.1, 9.2 FSS7 2.2, 2.6, 2.7, 3.1 ALG7 1.5, 2.4 OTD7 1.4
8.º ano	NO8 1.1, 1.2, 2.2, 2.4, 2.5, 2.8, 2.9, 3.1, 3.2 GM8 1.1, 1.2, 3.10 FSS8 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6 ALG8 1.1, 1.2, 7.2 OTD8 1.4
9.ºano	NO9 1.1, 1.2, 1.3, 3.3 GM9 6.1, 6.8, 6.9, 8.1, 8.2, 11.13, 13.1, 13.2, 13.3, 13.5, 13.6, 15.15, 15.16, 15.17 FSS9 1.1, 3.2 ALG9 3.1, 3.2, 3.3, 3.4

6. METODOLOGIAS

Tendo em consideração, tal como para os níveis de desempenho, as circunstâncias de ensino (de modo muito particular, as características das turmas e dos alunos), as escolas e os professores devem decidir quais as metodologias e os recursos mais adequados para auxiliar os seus alunos a alcançar os desempenhos definidos nas Metas Curriculares.

A experiência acumulada dos professores e das escolas é um elemento fundamental no sucesso de qualquer projeto educativo, não se pretendendo, por isso, espartilhar e diminuir a sua liberdade pedagógica nem condicionar a sua prática letiva. Pelo contrário, o presente Programa reconhece e valoriza a autonomia dos professores e das escolas, não impondo portanto metodologias específicas.

Sem constituir ingerência no trabalho das escolas e dos professores, nota-se que a aprendizagem matemática é estruturada em patamares de crescente complexidade, pelo que na prática letiva deverá ter-se em atenção a progressão dos alunos, sendo muito importante proceder-se a revisões frequentes de passos anteriores com vista à sua consolidação.

O uso da calculadora tem vindo a generalizar-se, em atividades letivas, nos diversos níveis de ensino, por vezes de forma pouco criteriosa. Em fases precoces, há que acautelar devidamente que esse uso não comprometa a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, conseqüentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem. Por este motivo, o uso da calculadora no Ensino Básico apenas é

Relação de ordem**1. Reconhecer propriedades da relação de ordem em \mathbb{R}**

1. Reconhecer, dados três números racionais q , r e s representados em forma de fração com $q < r$, que se tem $q + s < r + s$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
2. Reconhecer, dados três números racionais q , r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s > 0$, que se tem $qs < rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
3. Reconhecer, dados três números racionais q , r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s < 0$, que se tem $qs > rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
4. Provar que para a , b , c e d números reais com $a < b$ e $c < d$ se tem $a + c < b + d$ e, no caso de a , b , c e d serem positivos, $ac < bd$.
5. Justificar, dados dois números reais positivos a e b , que se $a < b$ então $a^2 < b^2$ e $a^3 < b^3$, observando que esta última propriedade se estende a quaisquer dois números reais.
6. Justificar, dados dois números reais positivos a e b , que se $a < b$ então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
7. Simplificar e ordenar expressões numéricas reais que envolvam frações, dízimas e radicais utilizando as propriedades da relação de ordem.

2. Definir intervalos de números reais

1. Identificar, dados dois números reais a e b (com $a < b$), os «intervalos não degenerados», ou simplesmente «intervalos», $[a, b]$, $]a, b[$, $[a, b[$ e $]a, b]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente, $a \leq x \leq b$, $a < x < b$, $a \leq x < b$ e $a < x \leq b$, designando por «extremos» destes intervalos os números a e b e utilizar corretamente os termos «intervalo fechado», «intervalo aberto» e «amplitude de um intervalo».
2. Identificar, dado um número real a , os intervalos $[a, +\infty[$, $]a, +\infty[$, $] - \infty, a[$ e $] - \infty, a]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais x tais que, respetivamente, $x \geq a$, $x > a$, $x < a$ e $x \leq a$ e designar os símbolos « $-\infty$ » e « $+\infty$ » por, respetivamente, «menos infinito» e «mais infinito».
3. Identificar o conjunto dos números reais como intervalo, representando-o por $] - \infty, +\infty[$.
4. Representar intervalos na reta numérica.
5. Determinar interseções e reuniões de intervalos de números reais, representando-as, quando possível, sob a forma de um intervalo ou, caso contrário, de uma união de intervalos disjuntos.

3. Operar com valores aproximados de números reais

1. Identificar, dado um número x e um número positivo r , um número x' como uma «aproximação de x com erro inferior a r » quando $x' \in]x - r, x + r[$.
2. Reconhecer, dados dois números reais x e y e aproximações x' e y' respetivamente de x e y com erro inferior a r , que $x' + y'$ é uma aproximação de $x + y$ com erro inferior a $2r$.

3. Aproximar o produto de dois números reais pelo produto de aproximações dos fatores, majorando por enquadramentos o erro cometido.
4. Aproximar raízes quadradas (respetivamente cúbicas) com erro inferior a um dado valor positivo r , determinando números racionais cuja distância seja inferior a r e cujos quadrados (respetivamente cubos) enquadrem os números dados.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas em contextos diversos.

Axiomatização das teorias Matemáticas

1. Utilizar corretamente o vocabulário próprio do método axiomático

1. Identificar uma «teoria» como um dado conjunto de proposições consideradas verdadeiras, incluindo-se também na teoria todas as proposições que delas forem dedutíveis logicamente.
2. Reconhecer, no âmbito de uma teoria, que para não se incorrer em raciocínio circular ou numa cadeia de deduções sem fim, é necessário fixar alguns objetos («objetos primitivos»), algumas relações entre objetos que não se definem a partir de outras («relações primitivas»), e algumas proposições que se consideram verdadeiras sem as deduzir de outras («axiomas»).
3. Designar por «axiomática de uma teoria» um conjunto de objetos primitivos, relações primitivas e axiomas a partir dos quais todos os objetos e relações da teoria possam ser definidos e todas as proposições verdadeiras demonstradas e utilizar corretamente os termos «definição», «teorema» e «demonstração» de um teorema.
4. Saber que os objetos primitivos, relações primitivas e axiomas de algumas teorias podem ter interpretações intuitivas que permitem aplicar os teoremas à resolução de problemas da vida real e, em consequência, testar a validade da teoria como modelo da realidade em determinado contexto.
5. Distinguir «condição necessária» de «condição suficiente» e utilizar corretamente os termos «hipótese» e «tese» de um teorema e o símbolo « \Rightarrow ».
6. Saber que alguns teoremas podem ser designados por «lemas», quando são considerados resultados auxiliares para a demonstração de um teorema considerado mais relevante e outros por «corolários» quando no desenvolvimento de uma teoria surgem como consequências estreitamente relacionadas com um teorema considerado mais relevante.

2. Identificar factos essenciais da axiomatização da Geometria

1. Saber que para a Geometria Euclidiana foram apresentadas historicamente diversas axiomáticas que foram sendo aperfeiçoadas, e que, dadas duas delas numa forma rigorosa, é possível definir os termos e relações primitivas de uma através dos termos e relações primitivas da outra e demonstrar os axiomas de uma a partir dos axiomas da outra, designando-se, por esse motivo, por «axiomáticas equivalentes» e conduzindo aos mesmos teoremas.
2. Saber que, entre outras possibilidades, existem axiomáticas da Geometria que tomam como objetos primitivos os pontos, as retas e os planos e outras apenas os pontos, e que a relação « B está situado entre A e C » estabelecida entre pontos de um trio ordenado (A, B, C) , assim como a relação «os pares de pontos (A, B) e (C, D) são equidistantes», entre pares de pontos podem ser tomadas como relações primitivas da Geometria.
3. Saber que na forma histórica original da Axiomática de Euclides se distinguem «postulados» de «axiomas», de acordo com o que se supunha ser o respetivo grau de evidência e domínio de aplicabilidade, e que nas axiomáticas atuais essa distinção não é feita, tomando-se o termo «postulado» como sinónimo de «axioma», e enunciar exemplos de postulados e axiomas dos «Elementos de Euclides».
4. Identificar «lugar geométrico» como o conjunto de todos os pontos que satisfazem uma dada propriedade.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

3. Caracterizar a Geometria Euclidiana através do axioma das paralelas.

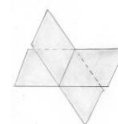
1. Saber que o «5.º postulado de Euclides», na forma enunciada nos «Elementos de Euclides», estabelece que se duas retas num plano, intersectadas por uma terceira, determinam com esta ângulos internos do mesmo lado da secante cuja soma é inferior a um ângulo raso então as duas retas intersectam-se no semiplano determinado pela secante que contém esses dois ângulos.
2. Saber que o «axioma euclidiano de paralelismo» estabelece que por um ponto P fora de uma reta r não passa mais que uma reta a ela paralela e que é equivalente ao «5.º postulado de Euclides» no sentido em que substituindo um pelo outro se obtêm axiomáticas equivalentes.
3. Saber que é possível construir teorias modificando determinadas axiomáticas da Geometria Euclidiana que incluam o 5.º postulado de Euclides e substituindo-o pela respetiva negação, designar essas teorias por «Geometrias não-Euclidianas» e, no caso de não haver outras alterações à axiomática original para além desta substituição, saber que se designa a teoria resultante por «Geometria Hiperbólica» ou «de Lobachewski».

4. Identificar posições relativas de retas no plano utilizando o axioma euclidiano de paralelismo

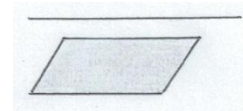
1. Demonstrar que se uma reta intersecta uma de duas paralelas e é com elas coplanar então intersecta a outra.
2. Demonstrar que são iguais os ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.
3. Demonstrar que duas retas paralelas a uma terceira num dado plano são paralelas entre si.

5. Identificar planos paralelos, retas paralelas e retas paralelas a planos no espaço euclidiano

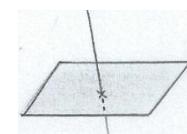
1. Saber que a interseção de dois planos não paralelos é uma reta e, nesse caso, designá-los por «planos concorrentes».



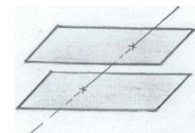
2. Identificar uma reta como «paralela a um plano» quando não o intersectar.



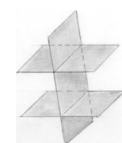
3. Saber que uma reta que não é paralela a um plano nem está nele contida intersecta-o exatamente num ponto, e, nesse caso, designá-la por «reta secante ao plano».



4. Saber que se uma reta é secante a um de dois planos paralelos então é também secante ao outro.



5. Saber que se um plano é concorrente com um de dois planos paralelos então é também concorrente com o outro e reconhecer que as retas interseção do primeiro com cada um dos outros dois são paralelas.

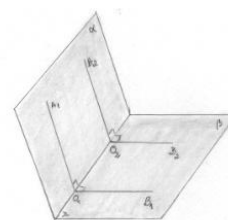


6. Saber que duas retas paralelas a uma terceira (as três não necessariamente coplanares) são paralelas entre si.
7. Saber que é condição necessária e suficiente para que dois planos (distintos) sejam paralelos que exista um par de retas concorrentes em cada plano, duas a duas paralelas.

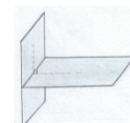
- Provar que dois planos paralelos a um terceiro são paralelos entre si, saber que por um ponto fora de um plano passa um plano paralelo ao primeiro e provar que é único.

6. Identificar planos perpendiculares e retas perpendiculares a planos no espaço euclidiano

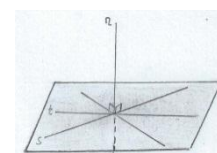
- Reconhecer, dados dois planos α e β que se intersectam numa reta r , que são iguais dois quaisquer ângulos convexos $A_1O_1B_1$ e $A_2O_2B_2$ de vértices em r e lados perpendiculares a r de forma que os lados $\vec{O_1A_1}$ e $\vec{O_2A_2}$ estão num mesmo semiplano determinado por r em α e os lados $\vec{O_1B_1}$ e $\vec{O_2B_2}$ estão num mesmo semiplano determinado por r em β , e designar qualquer dos ângulos e a respetiva amplitude comum por «ângulo dos dois semiplanos».



- Designar por «semiplanos perpendiculares» dois semiplanos que formam um ângulo reto e por «planos perpendiculares» os respetivos planos suporte.

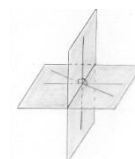


- Saber que se uma reta r é perpendicular a duas retas s e t num mesmo ponto P , é igualmente perpendicular a todas as retas complanares a s e t que passam por P e que qualquer reta perpendicular a r que passa por P está contida no plano determinado pelas retas s e t .

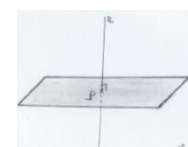


- Identificar uma reta como «perpendicular a um plano» num ponto P quando é perpendicular em P a um par de retas distintas desse plano e justificar que uma reta perpendicular a um plano num ponto P é perpendicular a todas as retas do plano que passam por P .

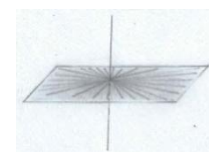
- Provar que é condição necessária e suficiente para que dois planos sejam perpendiculares que um deles contenha uma reta perpendicular ao outro.



- Saber que existe uma reta perpendicular a um plano passando por um dado ponto, provar que é única e designar a interseção da reta com o plano por «pé da perpendicular» e por «projeção ortogonal do ponto no plano» e, no caso em que o ponto pertence ao plano, a reta por «reta normal ao plano em A ».

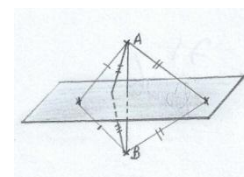


- Saber, dada uma reta r e um ponto P , que existe um único plano perpendicular a r passando por P , reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço que determinam com P , se pertencer a r , ou com o pé da perpendicular traçada de P para r , no caso contrário, uma reta perpendicular a r e designar esse plano por «plano perpendicular (ou normal) a r passando por P » e, no caso de P pertencer à reta, por «plano normal a r em P ».



- Reconhecer que se uma reta é perpendicular a um de dois planos paralelos então é perpendicular ao outro e que dois planos perpendiculares a uma mesma reta são paralelos.

- Designar por «plano mediador» de um segmento de reta $[AB]$ o plano normal à reta suporte do segmento de reta no respetivo ponto médio e reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço equidistantes de A e B .



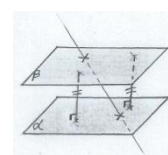
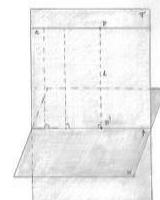
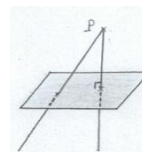
7. Resolver problemas

- Resolver problemas envolvendo as posições relativas de retas e planos.

Medida

8. Definir distâncias entre pontos e planos, retas e planos e entre planos paralelos

1. Identificar, dado um ponto P e um plano π , a «distância entre o ponto e o plano» como a distância de P à respectiva projeção ortogonal em π e provar que é inferior à distância de P a qualquer outro ponto do plano.
2. Reconhecer, dada uma reta r paralela a um plano α , que o plano π definido pela reta r e pelo pé da perpendicular traçada de um ponto de r para α é perpendicular ao plano α , que os pontos da reta p interseção dos planos α e π são os pés das perpendiculares traçadas dos pontos da reta r para o plano π , designar p por «projeção ortogonal da reta r no plano α » e a distância entre as retas paralelas r e p por «distância entre a reta r e o plano α », justificando que é menor do que a distância de qualquer ponto de r a um ponto do plano distinto da respectiva projeção ortogonal.
3. Reconhecer, dados dois planos paralelos α e β , que são iguais as distâncias entre qualquer ponto de um e a respectiva projeção ortogonal no outro, designar esta distância comum por «distância entre os planos α e β » e justificar que é menor que a distância entre qualquer par de pontos, um em cada um dos planos, que não sejam projeção ortogonal um do outro.
4. Identificar a altura de uma pirâmide ou de um cone como a distância do vértice ao plano que contém a base e a altura de um prisma, relativamente a um par de bases, como a distância entre os planos que contêm as bases.



9. Comparar e calcular áreas e volumes

1. Saber que a decomposição de um prisma triangular reto em três pirâmides com o mesmo volume permite mostrar que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide triangular é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área de uma base pela medida da altura correspondente.
2. Reconhecer, por decomposição em pirâmides triangulares, que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura.
3. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de um cone é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura, por se poder aproximar por volumes de pirâmides de bases inscritas e circunscritas à base do cone e o mesmo vértice.
4. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de uma esfera é igual a $\frac{4}{3}\pi R^3$, onde R é o raio da esfera.
5. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, o comprimento de um arco de circunferência e a área de um setor circular são diretamente proporcionais à amplitude do respetivo ângulo ao centro.
6. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, arcos (respetivamente setores circulares) com comprimentos (respetivamente áreas) iguais são geometricamente iguais.
7. Identificar a área da superfície de um poliedro como a soma das áreas das respetivas faces.
8. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área (da superfície) lateral de um cone reto é igual ao produto da medida do comprimento da geratriz pelo raio da base multiplicado por π , sabendo que pode ser aproximada pelas áreas (das superfícies) laterais de pirâmides com o mesmo vértice e bases inscritas ou circunscritas à base do

cone, ou, em alternativa, observando que a planificação da superfície lateral corresponde a um setor circular de raio igual à geratriz.

9. Saber que a medida, em unidades quadradas, da área de uma superfície esférica é igual a $4\pi R^2$, onde R é o raio da esfera.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

11. Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos

1. Construir, dado um ângulo agudo θ , triângulos retângulos dos quais θ é um dos ângulos internos, traçando perpendiculares de um ponto qualquer, distinto do vértice, de um dos lados de θ para o outro lado, provar que todos os triângulos que assim se podem construir são semelhantes e também semelhantes a qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo interno igual a θ .
2. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «seno de θ » o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\sin(\theta)$, $\sin \theta$, $\text{sen}(\theta)$ ou $\text{sen } \theta$.
3. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «cosseno de θ » o quociente entre as medidas do comprimento do cateto adjacente a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\cos(\theta)$ ou $\cos \theta$.
4. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «tangente de θ » o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e do cateto adjacente a θ e representá-lo por $\tan(\theta)$, $\tan \theta$, $\text{tg}(\theta)$ ou $\text{tg } \theta$.
5. Designar seno de θ , cosseno de θ e tangente de θ por «razões trigonométricas» de θ .
6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados dois ângulos θ e θ' com a mesma amplitude $\hat{\theta} = \hat{\theta}'$, que o seno, cosseno e tangente de θ são respetivamente iguais ao seno, cosseno e tangente de θ' e designá-los também respetivamente por seno, cosseno e tangente de $\hat{\theta}$.
7. Justificar que o valor de cada uma das razões trigonométricas de um ângulo agudo θ (e da respetiva amplitude) é independente da unidade de comprimento fixada.
8. Reconhecer que o seno e o cosseno de um ângulo agudo são números positivos menores do que 1.
9. Provar que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de um ângulo agudo é igual a 1 e designar este resultado por «fórmula fundamental da Trigonometria».
10. Provar que a tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre os respetivos seno e cosseno.
11. Provar que seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de um ângulo complementar.
12. Determinar, utilizando argumentos geométricos, as razões trigonométricas dos ângulos de 45° , 30° e 60° .
13. Utilizar uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas.

12. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando as razões trigonométricas dos ângulos de 45° , 30° e 60° .
2. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando ângulos agudos dados e as respetivas razões trigonométricas dadas por uma máquina de calcular ou por uma tabela.

3. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias a pontos inacessíveis utilizando ângulos agudos e as respectivas razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

13. Identificar lugares geométricos

1. Provar que as mediatrizes dos lados de um triângulo se intersectam num ponto, designá-lo por «circuncentro do triângulo» e provar que o circuncentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo.
2. Provar que a bissetriz de um ângulo convexo é o lugar geométrico dos pontos do ângulo que são equidistantes das retas suportes dos lados do ângulo.
3. Provar que as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo se intersectam num ponto, designá-lo por «incentro do triângulo» e provar que o incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo.
4. Saber que as retas suporte das três alturas de um triângulo são concorrentes e designar o ponto de interseção por «ortocentro» do triângulo.
5. Justificar que a reta que bissecta dois dos lados de um triângulo é paralela ao terceiro e utilizar semelhança de triângulos para mostrar que duas medianas se intersectam num ponto que dista do vértice $2/3$ do comprimento da respetiva mediana e concluir que as três medianas de um triângulo são concorrentes, designando-se o ponto de interseção por «baricentro», «centro de massa» ou «centroide» do triângulo.
6. Determinar, por construção, o incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro de um triângulo.

14. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

Circunferência

15. Conhecer propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência

1. Identificar «arco de circunferência» como a interseção de uma dada circunferência com um ângulo ao centro e utilizar corretamente o termo «extremos de um arco».
2. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O , não diametralmente opostos, por «arco menor AB », ou simplesmente «arco AB », o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro convexo AOB .
3. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O , não diametralmente opostos, por «arco maior AB », o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro côncavo AOB .
4. Representar, dados três pontos A , B e P de uma dada circunferência, por arco APB o arco de extremos A e B que contém o ponto P .
5. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência, por «corda AB » o segmento de reta $[AB]$, os arcos de extremos A e B por «arcos subtensos pela corda AB », e quando se tratar de um arco menor, designá-lo por «arco correspondente à corda AB ».
6. Reconhecer, numa circunferência ou em circunferências iguais, que cordas e arcos determinados por ângulos ao centro iguais também são iguais e vice-versa.

7. Identificar a «amplitude de um arco de circunferência APB », como a amplitude do ângulo ao centro correspondente e representá-la por \widehat{APB} , ou simplesmente por \widehat{AB} quando se tratar de um arco menor.
8. Reconhecer que são iguais arcos (respetivamente cordas) determinados por duas retas paralelas e entre elas compreendidos.
9. Demonstrar que qualquer reta que passa pelo centro de uma circunferência e é perpendicular a uma corda a bisseta, assim como aos arcos subtensos e aos ângulos ao centro correspondentes.
10. Designar por «ângulo inscrito» num arco de circunferência qualquer ângulo de vértice no arco e distinto dos extremos e com lados passando por eles, o arco por «arco capaz do ângulo inscrito» e utilizar corretamente a expressão «arco compreendido entre os lados» de um ângulo inscrito.
11. Demonstrar que a amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os respetivos lados e, como corolários, que ângulos inscritos no mesmo arco têm a mesma amplitude e que um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.
12. Designar por «segmento de círculo» a região do círculo compreendida entre uma corda e um arco por ela subtensa, dito «maior» quando o arco for maior e «menor» quando o arco for menor.
13. Provar que um ângulo de vértice num dos extremos de uma corda, um dos lados contendo a corda e o outro tangente à circunferência («ângulo do segmento»), tem amplitude igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.
14. Designar por ângulo «ex-inscrito num arco de circunferência» um ângulo adjacente a um ângulo inscrito e a ele suplementar, e provar que a amplitude de um ângulo ex-inscrito é igual à semissoma das amplitudes dos arcos correspondentes às cordas que as retas suporte dos lados contêm.
15. Provar que a amplitude de um ângulo convexo de vértice no interior de um círculo é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os lados do ângulo verticalmente oposto.
16. Provar que a amplitude de um ângulo de vértice exterior a um círculo e cujos lados o intersejam é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os respetivos lados.
17. Provar que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é igual a $(n - 2)180$ e deduzir que a soma de n ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro.
18. Provar que a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência é igual a um ângulo raso.

16. Resolver problemas

1. Construir aproximadamente, utilizando um transferidor, um polígono regular com n lados inscrito numa circunferência, sendo conhecido um dos seus vértices e o centro da circunferência.
2. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos e arcos definidos numa circunferência.
3. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos internos e externos de polígonos regulares inscritos numa circunferência.

Funções algébricas

1. Definir funções de proporcionalidade inversa

1. Reconhecer, dada uma grandeza inversamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade inversa f » que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número real positivo x , $f(xm) = \frac{1}{x}f(m)$ (ao multiplicar a variável independente m por um dado número positivo, a variável dependente $y = f(m)$ fica multiplicada pelo inverso desse número) e, considerando $m = 1$, que f é uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}$, onde $a = f(1)$ e concluir que a é a constante de proporcionalidade inversa.
2. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma curva designada por «ramo de hipérbole» cuja reunião com a respetiva imagem pela reflexão central relativa à origem pertence a um conjunto mais geral de curvas do plano designadas por «hipérbolas».

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa em diversos contextos.

3. Interpretar graficamente soluções de equações do segundo grau

1. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = ax^2$ (a número real não nulo) é uma curva designada por «parábola de eixo vertical e vértice na origem».
2. Reconhecer que o conjunto-solução da equação de 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ é o conjunto das abcissas dos pontos de interseção da parábola de equação $y = ax^2$, com a reta de equação $y = -bx - c$.

Inequações

1. Resolver inequações do 1.º grau

1. Identificar, dadas duas funções numéricas f e g , uma «inequação» com uma «incógnita x » como uma expressão da forma « $f(x) < g(x)$ », designar, neste contexto, « $f(x)$ » por «primeiro membro da inequação», « $g(x)$ » por «segundo membro da inequação», qualquer a tal que $f(a) < g(a)$ por «solução» da inequação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução».
2. Designar uma inequação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário.
3. Identificar duas inequações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução.
4. Reconhecer que se obtém uma inequação equivalente a uma dada inequação adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número positivo ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número negativo invertendo o sentido da desigualdade e designar estas propriedades por «princípios de equivalência».
5. Designar por «inequação do 1.º grau com uma incógnita» ou simplesmente «inequação do 1.º grau» qualquer inequação « $f(x) < g(x)$ » tal que f e g são funções afins de coeficientes de x distintos e simplificar inequações do 1.º grau representando f e g na forma canónica.
6. Simplificar os membros de uma inequação do 1.º grau e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada inequação do 1.º grau é equivalente a uma inequação em que o primeiro membro é dado por uma função linear de coeficiente não nulo e o segundo membro é constante ($ax < b$).
7. Resolver inequações do 1.º grau apresentando o conjunto-solução na forma de um intervalo.
8. Resolver conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau e apresentar o conjunto-solução na forma de um intervalo ou como reunião de intervalos disjuntos.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo inequações do 1.º grau.

Equações do 2.º grau

3. Completar quadrados e resolver equações do 2.º grau

1. Determinar, dado um polinómio do 2.º grau na variável x , $ax^2 + bx + c$, uma expressão equivalente da forma $a(x + d)^2 + e$, onde d e e são números reais e designar este procedimento por «completar o quadrado».
2. Resolver equações do 2.º grau começando por completar o quadrado e utilizando os casos notáveis da multiplicação.
3. Reconhecer que uma equação do segundo grau na variável x , $ax^2 + bx + c = 0$, é equivalente à equação $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ e designar a expressão $\Delta = b^2 - 4ac$ por «binómio discriminante» ou simplesmente «discriminante» da equação.

4. Reconhecer que uma equação do 2.º grau não tem soluções se o respetivo discriminante é negativo, tem uma única solução ($x = -\frac{b}{2a}$) se o discriminante é nulo e tem duas soluções ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$) se o discriminante for positivo, e designar este resultado por «fórmula resolvente».
5. Saber de memória a fórmula resolvente e aplicá-la à resolução de equações completas do 2.º grau.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas geométricos e algébricos envolvendo equações do 2.º grau.

Proporcionalidade Inversa

5. Relacionar grandezas inversamente proporcionais

1. Identificar uma grandeza como «inversamente proporcional» a outra quando dela depende de tal forma que, fixadas unidades, ao multiplicar a medida da segunda por um dado número positivo, a medida da primeira fica multiplicada pelo inverso desse número.
2. Reconhecer que uma grandeza é inversamente proporcional a outra da qual depende quando, fixadas unidades, o produto da medida da primeira pela medida da segunda é constante e utilizar corretamente o termo «constante de proporcionalidade inversa».
3. Reconhecer que se uma grandeza é inversamente proporcional a outra então a segunda é inversamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade inversa são iguais.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais em contextos variados.

Histogramas

1. Organizar e representar dados em histogramas

1. Estender a noção de variável estatística quantitativa ao caso em que cada classe fica determinada por um intervalo de números, fechado à esquerda e aberto à direita, sendo esses intervalos disjuntos dois a dois e de união igual a um intervalo (e estender também ao caso em que se intersesta cada um desses intervalos com um conjunto finito pré-determinado de números), designando também cada intervalo por «classe».
2. Identificar uma variável estatística quantitativa como «discreta» quando cada classe fica determinada por um número ou um conjunto finito de números e como «contínua» quando se associa a cada classe um intervalo.
3. Reagrupar as unidades de uma população em classes com base num conjunto de dados numéricos de modo que as classes tenham uma mesma amplitude pré-fixada e designar este processo por «agrupar os dados em classes da mesma amplitude».
4. Identificar, considerado um conjunto de dados agrupados em classes, «histograma» como um gráfico de barras retangulares justapostas e tais que a área dos retângulos é diretamente proporcional à frequência absoluta (e portanto também à frequência relativa) de cada classe.
5. Reconhecer que num histograma formado por retângulos de bases iguais, a respetiva altura é diretamente proporcional à frequência absoluta e à frequência relativa de cada classe.
6. Representar, em histogramas, conjuntos de dados agrupados em classes da mesma amplitude.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas e histogramas.

Probabilidade

3. Utilizar corretamente a linguagem da probabilidade

1. Identificar uma «experiência» como um processo que conduz a um resultado pertencente a um conjunto previamente fixado designado por «universo dos resultados» ou «espaço amostral», não se dispondo de informação que permita excluir a possibilidade de ocorrência de qualquer desses resultados, designar os elementos do espaço amostral por «casos possíveis» e a experiência por «determinista» quando existe um único caso possível e «aleatória» em caso contrário.
2. Designar por «acontecimento» qualquer subconjunto do universo dos resultados de uma experiência aleatória e os elementos de um acontecimento por «casos favoráveis» a esse acontecimento e utilizar a expressão «o acontecimento A ocorre» para significar que o resultado da experiência aleatória pertence ao conjunto A.
3. Designar, dada uma experiência aleatória, o conjunto vazio por acontecimento «impossível», o universo dos resultados por acontecimento «certo», um acontecimento por «elementar» se existir apenas um caso que lhe seja favorável e por «composto» se existir mais do que um caso que lhe seja favorável.
4. Designar dois acontecimentos por «incompatíveis» ou «disjuntos» quando a respetiva interseção for vazia e por «complementares» quando forem disjuntos e a respetiva reunião for igual ao espaço amostral.

5. Descrever experiências aleatórias que possam ser repetidas mantendo um mesmo universo de resultados e construídas de modo a que se espere, num número significativo de repetições, que cada um dos casos possíveis ocorra aproximadamente com a mesma frequência e designar os acontecimentos elementares dessas experiências por «equiprováveis».
6. Designar, dada uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, a «probabilidade» de um acontecimento como o quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis, designar esta definição por «regra de Laplace» ou «definição de Laplace de probabilidade» e utilizar corretamente os termos «mais provável», «igualmente provável», «possível», «impossível» e «certo» aplicados, neste contexto, a acontecimentos.
7. Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento, de entre os que estão associados a uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, é um número entre 0 e 1 e, nesse contexto, que é igual a 1 a soma das probabilidades de acontecimentos complementares.
8. Justificar que se A e B forem acontecimentos disjuntos se tem $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
9. Identificar e dar exemplos de acontecimentos possíveis, impossíveis, elementares, compostos, complementares, incompatíveis e associados a uma dada experiência aleatória.
10. Utilizar tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore na resolução de problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação das probabilidades de diferentes acontecimentos compostos.
11. Realizar experiências envolvendo a comparação das frequências relativas com as respetivas probabilidades de acontecimentos em experiências repetíveis (aleatórias), em casos em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.