GOVERNO DE PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Programa e Metas Curriculares

Matemática

Ensino Básico

Programa de Matemática para o Ensino Básico

Coordenação pedagógica

Helena Damião – Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra
Isabel Festas – Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra

Coordenação científica

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Metas Curriculares de Matemática - Ensino Básico

Autores

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Consultores

António St. Aubyn – Universidade Lusíada de Lisboa
Armando Machado – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Andrade – Escola Secundária de Mem Martins
Eduardo Marques de Sá – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
João Carriço – Agrupamento de Escolas D. Filipa de Lencastre
Jorge Buescu – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Luís Sanchez – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Miguel Ramos – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Programa de Matemática

Ensino Básico

(homologado a 17 de junho de 2013)

3.º CICLO

No 3.º ciclo, os domínios de conteúdos são cinco:

- *Números e Operações* (NO)
- *Geometria e Medida* (GM)
- *Funções, Sequências e Sucessões* (FSS)
- *Álgebra* (ALG)
- *Organização e Tratamento de Dados* (OTD)

Este ciclo constitui uma importante etapa na formação matemática dos alunos, sendo simultaneamente um período de consolidação dos conhecimentos e capacidades a desenvolver durante o Ensino Básico e de preparação para o Ensino Secundário. Em particular, é fundamental que comecem a ser utilizados corretamente os termos (definição, propriedade, teorema, etc.) e os procedimentos demonstrativos próprios da Matemática.

Nos domínios *Números e Operações* e *Álgebra*, termina-se o estudo das operações sobre o corpo ordenado dos números racionais, introduzem-se as raízes quadradas e cúbicas, estudam-se equações do primeiro e do segundo grau, sistemas de duas equações lineares com duas incógnitas, inequações do primeiro grau e abordam-se procedimentos próprios da *Álgebra* no quadro das propriedades dos monómios e polinómios. Todas estas noções são posteriormente estendidas ao corpo dos números reais. A necessidade da introdução deste conjunto mais geral de números é estudada no domínio *Geometria e Medida* e resulta da existência de segmentos de reta incomensuráveis. Neste mesmo domínio são apresentados alguns teoremas fundamentais, como o teorema de Tales ou de Pitágoras, que é visto, nesta abordagem, como uma consequência do primeiro. O teorema de Tales permite ainda tratar com rigor os critérios de semelhança de triângulos, que estão na base de numerosas demonstrações geométricas propostas. Um objetivo geral dedicado à axiomática da geometria permite enquadrar historicamente toda esta progressão e constitui um terreno propício ao desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo dos alunos. Com o objetivo explícito de abordar convenientemente as isometrias sem pontos fixos, é feito, no 8.º ano, um estudo elementar dos vetores. O 9.º ano é dedicado ao estudo de ângulos e circunferências, razões trigonométricas, retas e planos no espaço e volumes de alguns sólidos.

No domínio *Funções, Sequências e Sucessões* é feita uma introdução ao conceito de função e de sucessão e de algumas operações entre elas. São consideradas funções de proporcionalidade direta, inversa, funções afins e quadráticas.

Finalmente, no domínio *Organização e Tratamento de Dados*, são introduzidas algumas medidas de localização e dispersão de um conjunto de dados e é feita uma iniciação às probabilidades e aos fenómenos aleatórios.

7.º ano

Domínio	Conteúdos
NO7 18 tempos	**Números racionais** - Simétrico da soma e da diferença de racionais; - Extensão da multiplicação a todos os racionais; - Extensão da divisão ao caso em que o dividendo é um racional qualquer e o divisor um racional não nulo.
GM7 66 tempos	**Alfabeto grego** - As letras $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \rho$ e σ do alfabeto grego. **Figuras Geométricas** **Linhas poligonais e polígonos** - Linhas poligonais; vértices, lados, extremidades, linhas poligonais fechadas e simples; parte interna e externa de linhas poligonais fechadas simples; - Polígonos simples; vértices, lados, interior, exterior, fronteira, vértices e lados consecutivos; - Ângulos internos de polígonos; - Polígonos convexos e côncavos; caracterização dos polígonos convexos através dos ângulos internos; - Ângulos externos de polígonos convexos; - Soma dos ângulos internos de um polígono; - Soma de ângulos externos de um polígono convexo; - Diagonais de um polígono. **Quadriláteros** - Diagonais de um quadrilátero; - Paralelogramos: caracterização através das diagonais e caracterização dos retângulos e losangos através das diagonais; - Papagaios: propriedade das diagonais; o losango como papagaio; - Trapézios: bases; trapézios isósceles, escalenos e retângulos; caracterização dos paralelogramos; - Problemas envolvendo triângulos e quadriláteros. **Paralelismo, congruência e semelhança** - Isometrias e semelhanças; - Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e diagonais; - Teorema de Tales; - Critérios de semelhança de triângulos (LLL, LAL e AA); igualdade dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes; - Semelhança dos círculos; - Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e ângulos internos; - Divisão de um segmento num número arbitrário de partes iguais utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro; - Homotetia direta e inversa; - Construção de figuras homotéticas; - Problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias. **Medida** **Mudanças de unidade de comprimento e incomensurabilidade** - Conversões de medidas de comprimento por mudança de unidade; - Invariância do quociente de medidas; - Segmentos de reta comensuráveis e incomensuráveis; - Incomensurabilidade da hipotenusa com os catetos de um triângulo retângulo isósceles.

	Áreas de quadriláteros - Área do papagaio e do losango; - Área do trapézio. **Perímetros e áreas de figuras semelhantes** - Razão entre perímetros de figuras semelhantes; - Razão entre áreas de figuras semelhantes; - Problemas envolvendo perímetros e áreas de figuras semelhantes.
FSS7 25 tempos	**Funções** **Definição de função** - Função ou aplicação f de A em B; domínio e contradomínio; igualdade de funções; - Pares ordenados; gráfico de uma função; variável independente e variável dependente; - Funções numéricas; - Gráficos cartesianos de funções numéricas de variável numérica; equação de um gráfico cartesiano. **Operações com funções numéricas** - Adição, subtração e multiplicação de funções numéricas e com o mesmo domínio; exponenciação de expoente natural de funções numéricas; - Operações com funções numéricas de domínio finito dadas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos; - Funções constantes, lineares e afins; formas canónicas, coeficientes e termos independentes; propriedades algébricas e redução à forma canónica; - Funções de proporcionalidade direta; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta. **Sequências e sucessões** - Sequências e sucessões como funções; - Gráficos cartesianos de sequências numéricas; - Problemas envolvendo sequências e sucessões.
ALG7 28 tempos	**Expressões algébricas** - Extensão a $\mathbb{Q}$ das propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação; - Extensão a $\mathbb{Q}$ da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração; - Extensão a $\mathbb{Q}$ das regras de cálculo do inverso de produtos e quocientes e do produto e do quociente de quocientes; - Extensão a $\mathbb{Q}$ da definição e propriedades das potências de expoente natural; potência do simétrico de um número; - Simplificação e cálculo do valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parêntesis. **Raízes quadradas e cúbicas** - Monotonia do quadrado e do cubo; - Quadrado perfeito e cubo perfeito; - Raiz quadrada de quadrado perfeito e raiz cúbica de cubo perfeito; - Produto e quociente de raízes quadradas e cúbicas; - Representações decimais de raízes quadradas e cúbicas. **Equações algébricas** - Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução; - Equações possíveis e impossíveis; - Equações equivalentes;

	- Equações numéricas; princípios de equivalência; - Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas; equação algébrica de 1.º grau; - Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1.º grau; - Problemas envolvendo equações lineares.
OTD7 10 tempos	**Medidas de localização** - Sequência ordenada dos dados; - Mediana de um conjunto de dados; definição e propriedades; - Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.

8.º ano

Domínio	Conteúdos
NO8 20 tempos	**Dízimas finitas e infinitas periódicas** - Caracterização das frações irredutíveis equivalentes a frações decimais; - Representação de números racionais através de dízimas finitas ou infinitas periódicas utilizando o algoritmo da divisão; período e comprimento do período de uma dízima; - Conversão em fração de uma dízima infinita periódica; - Decomposição decimal de números racionais representados por dízimas finitas, utilizando potências de base 10 e expoente inteiro; - Notação científica; aproximação, ordenação e operações em notação científica; - Definição de dízima infinita não periódica; - Representação na reta numérica de números racionais dados na forma de dízima. **Dízimas infinitas não periódicas e números reais** - Pontos irracionais da reta numérica; exemplo; - Números irracionais e dízimas infinitas não periódicas; - Números reais; extensão a $\mathbb{R}$ das operações conhecidas sobre $\mathbb{Q}$ e respetivas propriedades; extensão a medidas reais das propriedades envolvendo proporções entre comprimentos de segmentos; - Irracionalidade de $\sqrt{n}$ para n natural e distinto de um quadrado perfeito; - Construção da representação de raízes quadradas de números naturais na reta numérica, utilizando o Teorema de Pitágoras; - Extensão a $\mathbb{R}$ da ordem em $\mathbb{Q}$; propriedades transitiva e tricotómica da relação de ordem; ordenação de números reais representados na forma de dízima.
GM8 40 tempos	**Teorema de Pitágoras** - Teorema de Pitágoras e o respetivo recíproco; - Problemas envolvendo os teoremas de Pitágoras e de Tales e envolvendo a determinação de distâncias desconhecidas por utilização destes teoremas. **Vetores, translações e isometrias** - Segmentos orientados com a mesma direção e sentido e com a mesma direção e sentidos opostos; comprimento de um segmento orientado; segmento orientado reduzido a um ponto; - Segmentos orientados equipolentes e vetores; - Vetores colineares e simétricos; - Soma de um ponto com um vetor e translação determinada por um vetor; - Composta de translações e soma de vetores; regras do triângulo e do paralelogramo; propriedades algébricas da adição algébrica de vetores;

	- Translações como isometrias; caracterização pela preservação da direção e sentido dos segmentos orientados e semirretas; - Reflexões deslizantes como isometrias; - Ação das isometrias sobre as retas, as semirretas e os ângulos e respetivas amplitudes; - Classificação das isometrias do plano; - Problemas envolvendo as propriedades das isometrias do plano; - Problemas envolvendo figuras com simetrias de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante.
FSS8 15 tempos	**Gráficos de funções afins** - Equação de reta não vertical e gráfico de função linear ou afim; - Declive e ordenada na origem de uma reta não vertical; - Relação entre declive e paralelismo; - Determinação do declive de uma reta determinada por dois pontos com abcissas distintas; - Equação de reta vertical; - Problemas envolvendo equações de retas.
ALG8 62 tempos	**Potências de expoente inteiro** - Potência de expoente nulo; - Potência de expoente negativo; - Extensão a potências de expoente inteiro das propriedades conhecidas das potências de expoente natural. **Monómios e Polinómios** - Monómios; fatores numéricos, constantes e varáveis ou indeterminadas; parte numérica ou coeficiente; monómio nulo e monómio constante; parte literal; - Monómios semelhantes; forma canónica de um monómio; igualdade de monómios; - Grau de um monómio; - Soma algébrica e produto de monómios; - Polinómios; termos; variáveis ou indeterminadas, coeficientes; forma reduzida; igualdade de polinómios; termo independente; polinómio nulo; - Grau de um polinómio; - Soma algébrica e produto de polinómios; - Casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios; - Problemas associando polinómios a medidas de áreas e volumes, interpretando geometricamente igualdades que os envolvam; - Problemas envolvendo polinómios, casos notáveis da multiplicação de polinómios e fatorização. **Equações incompletas de 2.º grau** - Equação do 2.º grau; equação incompleta; - Lei do anulamento do produto; - Resolução de equações incompletas de 2.º grau - Resolução de equações de 2.º grau tirando partido da lei do anulamento do produto; - Problemas envolvendo equações de 2.º grau. **Equações literais** - Equações literais; - Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais do 1.º e 2.º grau. **Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas** - Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; forma canónica; soluções; sistemas equivalentes;

	- Interpretação geométrica de sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; - Resolução de sistemas de duas equações de 1.º grau pelo método de substituição. - Problemas envolvendo sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.
OTD8 10 tempos	**Diagramas de extremos e quartis** - Noção de quartil; - Diagramas de extremos e quartis; - Amplitude interquartil; - Problemas envolvendo gráficos diversos e diagramas de extremos e quartis.

9.º ano

Domínio	Conteúdos
NO9 15 tempos	**Relação de ordem em $\mathbb{R}$** **Propriedades da relação de ordem** - Monotonia da adição; - Monotonia parcial da multiplicação; - Adição e produto de inequações membro a membro; - Monotonia do quadrado e do cubo; - Inequações e passagem ao inverso; - Simplificação e ordenação de expressões numéricas reais envolvendo frações, dízimas ou radicais, utilizando as propriedades da relação de ordem em $\mathbb{R}$. **Intervalos** - Intervalos de números reais; - Representação de intervalos de números reais na reta numérica; - Interseção e reunião de intervalos. **Valores aproximados de resultados de operações** - Aproximações da soma e do produto de números reais; - Aproximações de raízes quadradas e cúbicas; - Problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas.
GM9 65 tempos	**Axiomatização das teorias Matemáticas** **Vocabulário do método axiomático** - Teorias; objetos e relações primitivas; axiomas; - Axiomática de uma teoria; definições, teoremas e demonstrações; - Teorias axiomatizadas como modelos da realidade; - Condições necessárias e suficientes; hipótese e tese de um teorema; o símbolo «$\Rightarrow$»; - Lemas e corolários. **Axiomatização da Geometria** - Referência às axiomáticas para a Geometria Euclidiana; axiomáticas equivalentes; exemplos de objetos e relações primitivas; - Axiomática de Euclides; referência aos «Elementos» e aos axiomas e postulados de Euclides; confronto com a noção atual de axioma; - Lugares geométricos.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

A Geometria euclidiana e o axioma das paralelas
- 5.º Postulado de Euclides e axioma euclidiano de paralelismo;
- Referência às Geometrias não-euclidianas; Geometria hiperbólica ou de Lobachewski;
- Demonstrações de propriedades simples de posições relativas de retas num plano, envolvendo o axioma euclidiano de paralelismo.

Paralelismo de retas e planos no espaço euclidiano
- Planos concorrentes; propriedades;
- Retas paralelas e secantes a planos; propriedades;
- Paralelismo de retas no espaço; transitividade;
- Paralelismo de planos: caracterização do paralelismo de planos através do paralelismo de retas; transitividade; existência e unicidade do plano paralelo a um dado plano contendo um ponto exterior a esse plano.

Perpendicularidade de retas e planos no espaço euclidiano
- Ângulo de dois semiplanos com fronteira comum;
- Semiplanos e planos perpendiculares;
- Retas perpendiculares a planos; resultados de existência e unicidade; projeção ortogonal de um ponto num plano; reta normal a um plano e pé da perpendicular; plano normal a uma reta;
- Paralelismo de planos e perpendicularidade entre reta e plano;
- Critério de perpendicularidade de planos;
- Plano mediador de um segmento de reta.

Problemas
- Problemas envolvendo posições relativas de retas e planos.

Medida

Distâncias a um plano de pontos, retas paralelas e planos paralelos
- Distância de um ponto a um plano;
- Projeção ortogonal num plano de uma reta paralela ao plano e distância entre a reta e o plano;
- Distância entre planos paralelos;
- Altura da pirâmide, do cone e do prisma.

Volumes e áreas de superfícies de sólidos
- Volume da pirâmide, cone e esfera;
- Área da superfície de poliedros, da superfície lateral de cones retos e da superfície esférica;
- Problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

- Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo;
- Fórmula fundamental da Trigonometria;
- Relação entre a tangente de um ângulo agudo e o seno e cosseno do mesmo ângulo;
- Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares;
- Dedução dos valores das razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$;
- Utilização de tabelas e de uma calculadora para a determinação de valores aproximados da amplitude de um ângulo conhecida uma razão trigonométrica desse ângulo;
- Problemas envolvendo distâncias e razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

- A bissetriz de um ângulo como lugar geométrico;
- Circuncentro, incentro, ortocentro e baricentro de um triângulo; propriedades e construção;
- Problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência - Arcos de circunferência; extremos de um arco; arco menor e maior; - Cordas; arcos subtensos por uma corda; arco correspondente a uma corda; propriedades; - Amplitude de um arco; - Ângulo inscrito num arco; arco capaz; arco compreendido entre os lados de um ângulo inscrito; propriedades; - Segmento de círculo maior e menor; - Ângulo do segmento; ângulo ex-inscrito; propriedades; - Ângulos de vértice no exterior ou no interior de um círculo e lados intersetando a respetiva circunferência; propriedades; - Demonstração das fórmulas para a soma dos ângulos internos e de n ângulos externos com vértices distintos de um polígono convexo; aplicações: demonstração da fórmula para a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência; construção aproximada de um polígono regular de n lados inscrito numa circunferência utilizando transferidor; - Problemas envolvendo ângulos e arcos definidos numa circunferência e ângulos internos e externos de polígonos regulares.
FSS9 11 tempos	**Funções algébricas** - Funções de proporcionalidade inversa; referência à hipérbole; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa; - Funções da família $f(x) = ax^2$ com $a \neq 0$; - Conjunto-solução da equação de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ como interseção da parábola de equação $y = ax^2$ com a reta de equação $y = -bx - c$.
ALG9 29 tempos	**Inequações** - Inequação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto--solução; - Inequações possíveis e impossíveis; - Inequações equivalentes; - Princípios de equivalência; - Inequações de 1.º grau com uma incógnita; - Simplificação de inequações de 1.º grau; determinação do conjunto-solução na forma de um intervalo; - Determinação dos conjuntos-solução de conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau como intervalos ou reunião de intervalos disjuntos; - Problemas envolvendo inequações de 1.º grau. **Equações do 2.º grau** - Equações de 2.º grau completas; completamento do quadrado; - Fórmula resolvente; - Problemas geométricos e algébricos envolvendo equações de 2.º grau. **Proporcionalidade Inversa** - Grandezas inversamente proporcionais; critério de proporcionalidade inversa; - Constante de proporcionalidade inversa; - Problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais.
OTD9 22 tempos	**Histogramas** - Variáveis estatísticas discretas e contínuas; classes determinadas por intervalos numéricos; agrupamento de dados em classes da mesma amplitude; - Histogramas; propriedades; - Problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência e histogramas.

	Probabilidade - Experiências deterministas e aleatórias; universo dos resultados ou espaço amostral; casos possíveis; - Acontecimentos: casos favoráveis, acontecimento elementar, composto, certo, impossível; - Acontecimentos disjuntos ou incompatíveis e complementares; - Experiências aleatórias com acontecimentos elementares equiprováveis; - Definição de Laplace de probabilidade; propriedades e exemplos; - Problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação de probabilidades de diferentes acontecimentos compostos, utilizando tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore; - Comparação de probabilidades com frequências relativas em experiências aleatórias em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.

5. NÍVEIS DE DESEMPENHO

Tal como indicado na Introdução dos Cadernos de Apoio às Metas Curriculares, para vários descritores consideraram-se diferentes níveis de desempenho, materializados, nesses Cadernos, em exercícios ou problemas que podem ser propostos aos alunos. Aqueles que aí foram assinalados com um ou dois asteriscos estão associados a níveis de desempenho progressivamente mais avançados. Tais desempenhos mais avançados não são exigíveis a todos os alunos, tendo portanto, caráter opcional. No caso de outros descritores, embora não se tenham apresentado exemplos que permitissem distinguir níveis de desempenho, considera-se que o seu total cumprimento exige, só por si, um nível de desempenho avançado.

No quadro abaixo indicam-se todos os descritores atrás referidos, que se enquadram em três tipos distintos:

- Uns descritores mencionam **propriedades que devem ser reconhecidas**. Ainda que esse reconhecimento com níveis de desempenho que ultrapassem o considerado regular seja, tal como foi explicado acima, opcional, os alunos deverão, em todos os casos, conhecer pelo menos o enunciado destas propriedades, podendo utilizá-las quando necessário, por exemplo na resolução de problemas;
- Outros descritores envolvem **procedimentos**. Todos devem ser trabalhados ao nível mais elementar, ficando ao critério do professor o grau de desenvolvimento com que aborda situações mais complexas, correspondentes a níveis de desempenho superiores;
- Os restantes descritores referem-se a **propriedades que devem ser provadas ou demonstradas**; o facto de se incluírem alguns descritores deste tipo na lista dos que podem envolver níveis de desempenho avançados significa que as demonstrações a que se referem, embora devam ser requeridas para se atingirem esses níveis de desempenho, não são exigíveis à generalidade dos alunos, devendo todos eles, em qualquer caso, conhecer o enunciado das propriedades e estar aptos a utilizá-las quando necessário.

Em todos os casos, as condições em que são abordados os níveis de desempenho mais avançados ficam ao critério do professor, em função das circunstâncias (tempo, características dos alunos ou outros fatores) em que decorre a sua prática letiva.

Ano de escolaridade	Descritores
1.º ano	**NO1** 3.9
2.º ano	**NO2** 4.2,5.5, 7.3, 9.5,11.2 **GM2** 1.4 **OTD2** 1.1, 1.2,2.1
3.º ano	**NO3** 2.2, 4.4, 7.8, 9.4, 11.2,11.7,11.9,12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 13.3, 13.6 **GM3** 1.1 **OTD3** 1.1
4.º ano	**NO4** 2.2, 2.4, 2.5, 4.2, 5.4, 5.5,5.6,5.7, 6.5, 6.7
5.º ano	**NO5** 3.5, 3.6 **GM5** 1.7, 1.14, 1.15, 1.16, 2.2, 2.5, 2.6, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.16,2.20, 2.22, 4.2, 4.5 **ALG5**1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
6.º ano	**NO6** 2.9, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.6 **GM6** 1.4, 1.7,3.2, 3.4, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 9.5, 9.13 **ALG6** 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8
7.º ano	**NO7** 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 **GM7** 2.13, 2.16, 2.17, 2.18, 2.20, 2.24, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 7.1, 7.2, 7.4, 7.5, 7.6, 8.1, 8.3, 9.1, 9.2 **FSS7** 2.2, 2.6, 2.7, 3.1 **ALG7** 1.5, 2.4 **OTD7**1.4
8.º ano	**NO8** 1.1, 1.2, 2.2, 2.4, 2.5, 2.8, 2.9, 3.1, 3.2 **GM8** 1.1, 1.2, 3.10 **FSS8** 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6 **ALG8** 1.1, 1.2, 7.2 **OTD8** 1.4
9.ºano	**NO9** 1.1, 1.2, 1.3, 3.3 **GM9** 6.1, 6.8, 6.9, 8.1, 8.2, 11.13, 13.1, 13.2, 13.3, 13.5, 13.6, 15.15, 15.16, 15.17 **FSS9**1.1, 3.2 **ALG9** 3.1, 3.2, 3.3, 3.4

6. METODOLOGIAS

Tendo em consideração, tal como para os níveis de desempenho, as circunstâncias de ensino (de modo muito particular, as características das turmas e dos alunos), as escolas e os professores devem decidir quais as metodologias e os recursos mais adequados para auxiliar os seus alunos a alcançar os desempenhos definidos nas Metas Curriculares.

A experiência acumulada dos professores e das escolas é um elemento fundamental no sucesso de qualquer projeto educativo, não se pretendendo, por isso, espartilhar e diminuir a sua liberdade pedagógica nem condicionar a sua prática letiva. Pelo contrário, o presente Programa reconhece e valoriza a autonomia dos professores e das escolas, não impondo portanto metodologias específicas.

Sem constituir ingerência no trabalho das escolas e dos professores, nota-se que a aprendizagem matemática é estruturada em patamares de crescente complexidade, pelo que na prática letiva deverá ter-se em atenção a progressão dos alunos, sendo muito importante proceder-se a revisões frequentes de passos anteriores com vista à sua consolidação.

O uso da calculadora tem vindo a generalizar-se, em atividades letivas, nos diversos níveis de ensino, por vezes de forma pouco criteriosa. Em fases precoces, há que acautelar devidamente que esse uso não comprometa a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, consequentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem. Por este motivo, o uso da calculadora no Ensino Básico apenas é expressamente recomendado em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas que envolvam, por exemplo, um elevado número de cálculos, a utilização de valores aproximados, operações de radiciação ou a determinação de razões trigonométricas ou de amplitudes de ângulos dada uma razão trigonométrica, quando não haja intenção manifesta de, por alguma razão justificada, dispensar esse uso.

7. AVALIAÇÃO

O Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho, estabelece os princípios orientadores da organização, da gestão e do desenvolvimento dos currículos dos ensinos básico e secundário, bem como da avaliação dos conhecimentos adquiridos e das capacidades desenvolvidas pelos alunos do Ensino Básico ministradas em estabelecimentos escolares públicos, particulares e cooperativos.

O Despacho Normativo n.º 24-A/2012 de 6 de dezembro de 2012, define as regras de avaliação do desempenho dos alunos nos três ciclos do Ensino Básico. Em particular, explicita-se nesse normativo que o sistema educativo deve adotar como referencial de avaliação as Metas Curriculares.

É este documento que permitirá cumprir a função de regulação e orientação do percurso de aprendizagem que a avaliação do desempenho dos alunos deverá assumir. Os resultados dos processos avaliativos (de caráter nacional, de escola, de turma e de aluno) devem contribuir para a orientação do ensino, de modo a que se possam superar, em tempo útil e de modo apropriado, dificuldades de aprendizagem identificadas e, simultaneamente, reforçar os progressos verificados. Todos estes propósitos devem ser concretizados recorrendo a uma avaliação diversificada e frequente, contribuindo, assim, para que os alunos adquiram uma maior consciência do seu nível de aprendizagem.

Nesta conformidade, qualquer tipo de avaliação deve ser concretizado por referência às Metas Curriculares e deve permitir efetuar um diagnóstico da situação da aprendizagem de cada aluno e de cada turma. A classificação resultante da avaliação interna no final de cada período traduzirá o nível de desempenho do aluno no que se refere ao cumprimento das Metas Curriculares.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Aharoni, R., *Aritmética para pais*, Lisboa: SPM/Gradiva (trad. de *Arithmetic for Parents: A Book for Grownups about Childrens' Mathematics*, El Cerrito, CA, Sumizdat, 2007).
2. Anderson, J.R. & Schunn, C., Implications of the ACT-R learning theory: No magic bullets, *Advances in instructional psychology, Educational design and cognitive science* (pp. 1-33), Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2000.
3. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 1.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2012.
4. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 2.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2012.

5. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 3.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2013.

6. *Common Core State Standards for Mathematics*, Common Core State Standards Initiative, Preparing America's students for college & Career, 2011.

7. *Elementary Mathematics Syllabus*, Singapore Ministry of Education, 2009.

8. Geary, D., Berch, D.B., Ooykin, W., Embretson, S., Reyna, V., & Siegler, R., Learning mathematics: Findings from The National (United States) Mathematics Advisory Panel, in N. Crato (Org.), *Ensino da matemática: Questões e soluções*, (pp. 175-221), Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

9. Geary, D.C., Development of mathematical understanding, in D. Kuhl & R.S. Siegler (Vol. Eds.), *Cognition, perception, and language,* Vol. 2., W. Damon (Gen. Ed.), *Handbook of child psychology*, 6th ed., (pp. 777-810), New York: John Wiley & Sons, 2006.

10. Kaminsky, J., Sloutsky, V. & Heckler, A., The advantage of abstract examples in learning math, *Education Forum*, 320 (pp. 454-455), 2008.

11. Karpicke, J.D. & Roediger, H.L., The critical importance of retrieval for learning, *Science*, 319, (pp. 966-968), 2008.

12. Kirschener, P., Sweller, J., & Clark, R., Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching, *Educational Psychologist, 41* (2), (pp. 75-86), 2006.

13. *Mathematics – The National Curriculum for England*, Department for Education and Employment, London, 1999.

14. Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A., *Trends in International Mathematics and Science Study, TIMMS-2011 International Results in Mathematics*, Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, 2012.

15. NMAP – National Mathematics Advisory Panel, *Foundations for success: Final Report*, U.S. Department of Education, 2008.

16. Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J., Cognitive load theory: Instructional implications of the interaction between information structures and cognitive architecture, *Instructional Science, 32*, 1-8, 2004.

17. Ponte, J.P., Serrazina, L., Guimarães, H.M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M.E. & Oliveira, P.A., *Programa Nacional do Ensino Básico,* Ministério da Educação: Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2007.

18. Rittle-Johnson, B., Siegler, R.S. & Alibali, M.W., Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process, *Journal of Educational Psychology*, 93, (pp. 346-362), 2001.

19. Roediger, H.L., Karpicke, J.D., Test-enhanced learning: Taking memory tests improves long-term retention, *Psychological Science*, 17, (pp. 249-255), 2006.

20. Roediger, H.L., Karpicke, J.D., The power of testing memory: Basic research and implications for educational practice, Perspectives on Psychological Science, 1, (pp. 181-210), 2006.

21. Rohder, D. & Taylor, K., The effects of overlearning and distributed practice on the retention of mathematics knowledge, *Applied Cognitive Psychology*, 20, 2006.

22. Sweller, J., Clark, R. & Kirschener, P., Teaching general problem-solving skills is not a substitute for, or a viable addition to, teaching mathematics (pp. 1303-1304), *Doceamus* 57(10), 2010.

23. Wu, H., Fractions, decimals and rational numbers, (http://math.berkeley.edu/~wu/), 2008.

24. Wu, H., On the learning of Algebra, (http://math.berkeley.edu/~wu/), 2001.

Metas Curriculares

Ensino Básico

Matemática

(homologadas a 3 de agosto de 2012)

António Bivar, Carlos Grosso, Filipe Oliveira, Maria Clementina Timóteo

Autores

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Consultores

António St. Aubyn – Universidade Lusíada de Lisboa
Armando Machado – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Andrade – Escola Secundária de Mem Martins
Eduardo Marques de Sá – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
João Carriço – Agrupamento de Escolas D. Filipa de Lencastre
Jorge Buescu – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Luís Sanchez – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Miguel Ramos – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

METAS CURRICULARES DO ENSINO BÁSICO - MATEMÁTICA

O presente documento descreve o conjunto das metas curriculares da disciplina de Matemática que os alunos devem atingir durante o Ensino Básico, tendo-se privilegiado os elementos essenciais que constam do Programa de 2007. Os objetivos gerais, completados por descritores mais precisos, encontram-se organizados em cada ano de escolaridade, por domínios e subdomínios, segundo a seguinte estrutura:

Domínio

Subdomínio

1. *Objetivo geral*
   1. Descritor
   2. Descritor

   ………..

Os diferentes descritores estão redigidos de forma objetiva, numa linguagem rigorosa destinada ao professor, devendo este selecionar uma estratégia de ensino adequada à respetiva concretização, incluindo uma adaptação da linguagem aos diferentes níveis de escolaridade. O significado preciso de certos verbos com que se iniciam alguns descritores («saber», «reconhecer», «identificar», «designar», «provar», «demonstrar») depende do ciclo a que se referem, encontrando-se uma descrição do que é pretendido explicitada nos parágrafos intitulados «Leitura das metas curriculares». Em particular, as técnicas de argumentação e de demonstração, que constituem a própria natureza da Matemática, vão sendo, de forma progressiva, requeridas a todos os alunos.

A prática letiva obriga, naturalmente a frequentes revisões de objetivos gerais e descritores correspondentes a anos de escolaridade anteriores. Estes pré-requisitos não se encontram explicitados no texto, devendo o professor identificá-los consoante a necessidade, a pertinência e as características próprias de cada grupo de alunos.

Os temas transversais referidos no Programa de 2007, como a Comunicação ou o Raciocínio matemático, referem-se a capacidades estruturais indispensáveis ao cumprimento dos objetivos elencados, estando contemplados neste documento de forma explícita ou implícita em todos os descritores.

Optou-se por formar uma sequência de objetivos gerais e de descritores, dentro de cada subdomínio, que corresponde a uma progressão de ensino adequada, podendo no entanto optar-se por alternativas coerentes que cumpram os mesmos objetivos e respetivos descritores. Existem em particular algumas circunstâncias em que se torna necessário cumprir alternadamente descritores que pertencem a subdomínios ou mesmo a domínios distintos; com efeito, a arrumação dos tópicos por domínios temáticos, e simultaneamente respeitando dentro de cada domínio uma determinada progressão a isso pode levar, dada a própria natureza e interligação dos conteúdos e capacidades matemáticas.

São também disponibilizados aos professores cadernos de apoio às presentes metas curriculares (um por ciclo) contendo suportes teóricos aos objetivos e descritores, bem como exemplos de concretização de alguns deles. Nesses documentos, os níveis de desempenho esperados foram, sempre que possível, objeto de especificação.

3.º ciclo

Leitura das Metas Curriculares do 3.º ciclo

«**Identificar**», «**designar**»: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de forma equivalente.

«**Reconhecer**»: Pretende-se que o aluno consiga apresentar uma argumentação coerente ainda que eventualmente mais informal do que a explicação fornecida pelo professor. Deve no entanto saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados nessa explicação.

«Reconhecer, dado…,»: Pretende-se que o aluno justifique o enunciado em casos concretos, sem que se exija que o prove com toda a generalidade.

«Saber»: Pretende-se que o aluno conheça o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

«Provar», «Demonstrar»: Pretende-se que o aluno apresente uma demonstração matemática tão rigorosa quanto possível.

«Estender»: Este verbo é utilizado em duas situações distintas. Em alguns casos, para estender a um conjunto mais vasto uma definição já conhecida; nesse caso o aluno deve saber definir o conceito como se indica, ou de forma equivalente, reconhecendo que se trata de uma generalização. Noutros casos, trata-se da extensão de uma propriedade a um universo mais alargado; do ponto de vista do desempenho do aluno pode entender-se como o verbo «reconhecer» com um dos dois significados acima descritos.

«Justificar»: O aluno deve saber justificar de forma simples o enunciado, evocando uma propriedade já conhecida.

7.º ANO

Números e Operações NO7

Números racionais

1. *Multiplicar e dividir números racionais relativos*

   1. Provar, a partir da caraterização algébrica (a soma dos simétricos é nula), que o simétrico da soma de dois números racionais é igual à soma dos simétricos e que o simétrico da diferença é igual à soma do simétrico do aditivo com o subtrativo: $-(q+r)=(-q)+(-r)$ e $-(q-r)=(-q)+r$.
   2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número natural n por um número q como a soma de n parcelas iguais a q, representá-lo por $n\times q$ e por $q\times n$, e reconhecer que $n\times(-q)=(-q)\times n=-(n\times q)$.
   3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q e um número natural n como o número racional cujo produto por n é igual a q e representá-lo por $q:n$ e por $\frac{q}{n}$ e reconhecer que $\frac{(-q)}{n}=-\frac{q}{n}$.
   4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número q por $r=\frac{a}{b}$ (onde a e b são números naturais) como o quociente por b do produto de q por a, representá-lo por $q\times r$ e $r\times q$ e reconhecer que $(-q)\times r=r\times(-q)=-(q\times r)$.
   5. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de -1 por um número q como o respetivo simétrico e representá-lo por $(-1)\times q$ e por $q\times(-1)$.
   6. Identificar, dados dois números racionais positivos q e r, o produto $(-q)\times(-r)$ como $q\times r$, começando por observar que $(-q)\times(-r)=(q\times(-1))\times(-r)$.
   7. Saber que o produto de dois quaisquer números racionais é o número racional cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores, sendo o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.
   8. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q (o dividendo) e um número não nulo r (o divisor) como o número racional cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e reconhecer que $\frac{-q}{r}=\frac{q}{-r}=-\frac{q}{r}$.
   9. Saber que o quociente entre um número racional e um número racional não nulo é o número racional cujo valor absoluto é igual ao quociente dos valores absolutos, sendo o sinal positivo se estes números tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.

Alfabeto grego

1. *Conhecer o alfabeto grego*

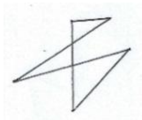
    1. Saber nomear e representar as letras gregas minúsculas $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \rho$ e σ.

Figuras Geométricas

2. *Classificar e construir quadriláteros*

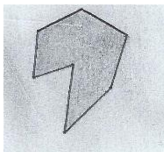
    1. Identificar uma «linha poligonal» como uma sequência de segmentos de reta num dado plano, designados por «lados», tal que pares de lados consecutivos partilham um extremo, lados que se intersetam não são colineares e não há mais do que dois lados partilhando um extremo, designar por «vértices» os extremos comuns a dois lados e utilizar corretamente o termo «extremidades da linha poligonal».

    2. Identificar uma linha poligonal como «fechada» quando as extremidades coincidem.

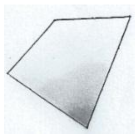


    3. Identificar uma linha poligonal como «simples» quando os únicos pontos comuns a dois lados são vértices.

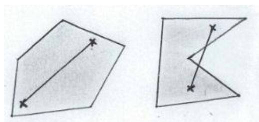
    4. Reconhecer informalmente que uma linha poligonal fechada simples delimita no plano duas regiões disjuntas, sendo uma delas limitada e designada por «parte interna» e a outra ilimitada e designada por «parte externa» da linha.



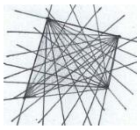
    5. Identificar um «polígono simples», ou apenas «polígono», como a união dos lados de uma linha poligonal fechada simples com a respetiva parte interna, designar por «vértices» e «lados» do polígono respetivamente os vértices e os lados da linha poligonal, por «interior» do polígono a parte interna da linha poligonal, por «exterior» do polígono a parte externa da linha poligonal e por «fronteira» do polígono a união dos respetivos lados, e utilizar corretamente as expressões «vértices consecutivos» e «lados consecutivos».
    6. Designar por $[A_1 A_2 \dots A_n]$ o polígono de lados $[A_1 A_2]$, $[A_2 A_3]$,…,$[A_n A_1]$.
    7. Identificar um «quadrilátero simples» como um polígono simples com quatro lados, designando-o também por «quadrilátero» quando esta simplificação de linguagem não for ambígua, e utilizar corretamente, neste contexto, o termo «lados opostos».
    8. Identificar um «ângulo interno» de um polígono como um ângulo de vértice coincidente com um vértice do polígono, de lados contendo os lados do polígono que se encontram nesse vértice, tal que um setor circular determinado por esse ângulo está contido no polígono e utilizar corretamente, neste contexto, os termos «ângulos adjacentes» a um lado.



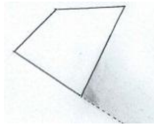
    9. Designar um polígono por «convexo» quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do polígono está nele contido e por «côncavo» no caso contrário.



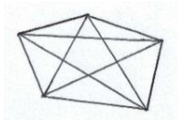
10. Saber que um polígono é convexo quando (e apenas quando) os ângulos internos são todos convexos e que, neste caso, o polígono é igual à interseção dos respetivos ângulos internos.



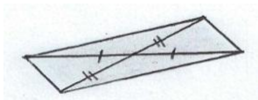
11. Identificar um «ângulo externo» de um polígono convexo como um ângulo suplementar e adjacente a um ângulo interno do polígono.



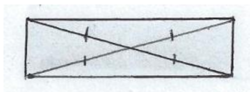
12. Demonstrar que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a um ângulo giro.
13. Reconhecer, dado um polígono, que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos respetivos ângulos internos é igual ao produto de 180 pelo número de lados diminuído de duas unidades e, se o polígono for convexo, que, associando a cada ângulo interno um externo adjacente, a soma destes é igual a um ângulo giro.
14. Designar por «diagonal» de um dado polígono qualquer segmento de reta que une dois vértices não consecutivos.



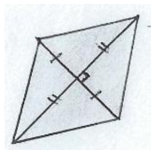
15. Reconhecer que um quadrilátero tem exatamente duas diagonais e saber que as diagonais de um quadrilátero convexo se intersetam num ponto que é interior ao quadrilátero.
16. Reconhecer que um quadrilátero é um paralelogramo quando (e apenas quando) as diagonais se bissetam.



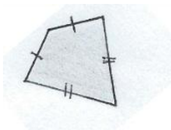
17. Reconhecer que um paralelogramo é um retângulo quando (e apenas quando) as diagonais são iguais.



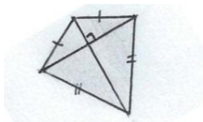
18. Reconhecer que um paralelogramo é um losango quando (e apenas quando) as diagonais são perpendiculares.



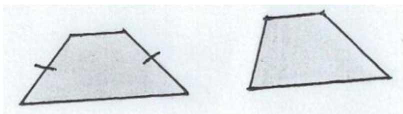
19. Identificar um «papagaio» como um quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos iguais e reconhecer que um losango é um papagaio.



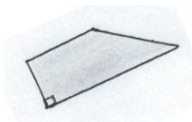
20. Reconhecer que as diagonais de um papagaio são perpendiculares.



21. Identificar «trapézio» como um quadrilátero simples com dois lados paralelos (designados por «bases») e justificar que um paralelogramo é um trapézio.
22. Designar um trapézio com dois lados opostos não paralelos por «trapézio isósceles» quando esses lados são iguais e por «trapézio escaleno» no caso contrário.



23. Designar um trapézio por «trapézio retângulo» quando tem um lado perpendicular às bases.



24. Demonstrar que todo o trapézio com bases iguais é um paralelogramo.

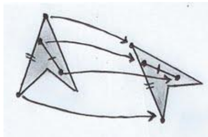
3. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo congruências de triângulos e propriedades dos quadriláteros, podendo incluir demonstrações geométricas.

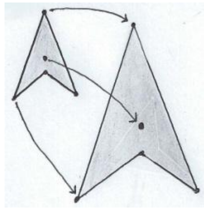
Paralelismo, congruência e semelhança

4. *Identificar e construir figuras congruentes e semelhantes*

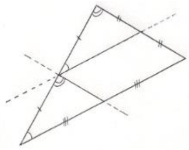
    1. Identificar duas figuras geométricas como «isométricas» ou «congruentes» quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que pares de pontos correspondentes são equidistantes e designar uma correspondência com esta propriedade por «isometria».



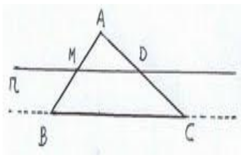
    2. Identificar duas figuras geométricas como «semelhantes» quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais, designar a respetiva constante de proporcionalidade por «razão de semelhança», uma correspondência com esta propriedade por «semelhança» e justificar que as isometrias são as semelhanças de razão 1.



    3. Saber que toda a figura semelhante a um polígono é um polígono com o mesmo número de vértices e que toda a semelhança associada faz corresponder aos vértices e aos lados de um respetivamente os vértices e os lados do outro.
    4. Saber que dois polígonos convexos são semelhantes quando (e apenas quando) se pode estabelecer uma correspondência entre os vértices de um e do outro de tal modo que os comprimentos dos lados e das diagonais do segundo se obtêm multiplicando os comprimentos dos correspondentes lados e das diagonais do primeiro por um mesmo número.
    5. Decompor um dado triângulo em dois triângulos e um paralelogramo traçando as duas retas que passam pelo ponto médio de um dos lados e são respetivamente paralelas a cada um dos dois outros, justificar que os dois triângulos da decomposição são iguais e concluir que todos os lados do triângulo inicial ficam assim bissetados.



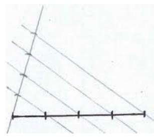
    6. Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$, que se uma reta r intersetar o segmento $[AB]$ no ponto médio M e o segmento $[AC]$ no ponto D, que $\overline{AD} = \overline{DC}$ quando (e apenas quando) r é paralela a BC e que, nesse caso, $\overline{BC} = 2\overline{MD}$.



    7. Enunciar o Teorema de Tales e demonstrar as condições de proporcionalidade nele envolvidas por argumentos geométricos em exemplos com constantes de proporcionalidade racionais.
    8. Reconhecer que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos dos lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados correspondentes do outro e designar esta propriedade por «critério LLL de semelhança de triângulos».
    9. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos de dois lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos de dois dos lados do outro e os ângulos por eles formados em cada triângulo são iguais e designar esta propriedade por «critério LAL de semelhança de triângulos».
    10. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando dois

ângulos internos de um são iguais a dois dos ângulos internos do outro e designar esta propriedade por «critério AA de semelhança de triângulos».

11. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos semelhantes têm os ângulos correspondentes iguais.
12. Reconhecer que dois quaisquer círculos são semelhantes, com razão de semelhança igual ao quociente dos respetivos raios.
13. Saber que dois polígonos são semelhantes quando (e apenas quando) têm o mesmo número de lados e existe uma correspondência entre eles tal que os comprimentos dos lados do segundo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do primeiro e os ângulos internos formados por lados correspondentes são iguais e reconhecer esta propriedade em casos concretos por triangulações.
14. Dividir, dado um número natural n, um segmento de reta em n segmentos de igual comprimento utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro.



5. Construir e reconhecer propriedades de homotetias

1. Identificar, dado um ponto O e um número racional positivo r , a «homotetia de centro O e razão r» como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta $\dot{O}M$ tal que $\overline{OM'} = r\,\overline{OM}$.
2. Identificar, dado um ponto O e um número racional negativo r, a «homotetia de centro O e razão r» como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta oposta a $\dot{O}M$ tal que $\overline{OM'} = -r\,\overline{OM}$.
3. Utilizar corretamente os termos «homotetia direta», «homotetia inversa», «ampliação», «redução» e «figuras homotéticas».
4. Reconhecer que duas figuras homotéticas são semelhantes, sendo a razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia.
5. Construir figuras homotéticas utilizando quadrículas ou utilizando régua e compasso.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias, podendo incluir demonstrações geométricas.

Medida

7. Medir comprimentos de segmentos de reta com diferentes unidades

1. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, um segmento de reta $[AB]$ de medida m e um segmento de reta $[CD]$ de medida m', que a medida de $[CD]$ tomando o comprimento de $[AB]$ para unidade de medida é igual a $\frac{m'}{m}$.
2. Reconhecer que o quociente entre as medidas de comprimento de dois segmentos de reta se mantém quando se altera a unidade de medida considerada.
3. Designar dois segmentos de reta por «comensuráveis» quando existe uma unidade de comprimento tal que a medida de ambos é expressa por números inteiros.
4. Reconhecer que se existir uma unidade de comprimento tal que a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo isósceles têm medidas naturais respetivamente iguais a a e a b então

$a^2 = 2b^2$, decompondo o triângulo em dois triângulos a ele semelhantes pela altura relativa à hipotenusa, e utilizar o Teorema fundamental da aritmética para mostrar que não existem números naturais a e b nessas condições, mostrando que o expoente de 2 na decomposição em números primos do número natural a^2 teria de ser simultaneamente par e ímpar.

5. Justificar que a hipotenusa e um cateto de um triângulo retângulo isósceles não são comensuráveis e designar segmentos de reta com esta propriedade por «incomensuráveis».
6. Reconhecer que dois segmentos de reta são comensuráveis quando (e apenas quando), tomando um deles para unidade de comprimento, existe um número racional positivo r tal que a medida do outro é igual a r.

8. Calcular medidas de áreas de quadriláteros

1. Provar, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um papagaio (e, em particular, de um losango), com diagonais de comprimentos D e d unidades, é igual a $\frac{D \times d}{2}$ unidades quadradas.
2. Identificar a «altura» de um trapézio como a distância entre as retas suporte das bases.
3. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um trapézio de bases de comprimentos B e b unidades e altura a unidades é igual a $\frac{B+b}{2} \times a$ unidades quadradas.

9. Relacionar perímetros e áreas de figuras semelhantes

1. Provar, dados dois polígonos semelhantes ou dois círculos que o perímetro do segundo é igual ao perímetro do primeiro multiplicado pela razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo.
2. Provar que dois quadrados são semelhantes e que a medida da área do segundo é igual à medida da área do primeiro multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo.
3. Saber, dadas duas figuras planas semelhantes, que a medida da área da segunda é igual à medida da área da primeira multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma a primeira na segunda.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de figuras semelhantes.

Funções

1. *Definir funções*

    1. Saber, dados conjuntos A e B, que fica definida uma «função f (ou aplicação) de A em B», quando a cada elemento x de A se associa um elemento único de B representado por $f(x)$ e utilizar corretamente os termos «objeto», «imagem», «domínio», «conjunto de chegada» e «variável».
    2. Designar uma função f de A em B por «$f: A \rightarrow B$» ou por «f» quando esta notação simplificada não for ambígua.
    3. Saber que duas funções f e g são iguais ($f = g$) quando (e apenas quando) têm o mesmo domínio e o mesmo conjunto de chegada e cada elemento do domínio tem a mesma imagem por f e g.
    4. Designar, dada uma função $f: A \rightarrow B$, por «contradomínio de f» o conjunto das imagens por f dos elementos de A e representá-lo por CD_f, D'_f ou $f(A)$.
    5. Representar por «(a, b)» o «par ordenado» de «primeiro elemento» a e «segundo elemento» b.
    6. Saber que pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais quando (e apenas quando) $a = c$ e $b = d$.
    7. Identificar o gráfico de uma função $f: A \rightarrow B$ como o conjunto dos pares ordenados (x, y) com $x \in A$ e $y = f(x)$ e designar neste contexto x por «variável independente» e y por «variável dependente».
    8. Designar uma dada função $f: A \rightarrow B$ por «função numérica» (respetivamente «função de variável numérica») quando B (respetivamente A) é um conjunto de números.
    9. Identificar, fixado um referencial cartesiano num plano, o «gráfico cartesiano» de uma dada função numérica f de variável numérica como o conjunto G constituído pelos pontos P do plano cuja ordenada é a imagem por f da abcissa e designar o gráfico cartesiano por «gráfico de f» quando esta identificação não for ambígua e a expressão «$y = f(x)$» por «equação de G».
    10. Identificar e representar funções com domínios e conjuntos de chegada finitos em diagramas de setas, tabelas e gráficos cartesianos e em contextos variados.

2. *Operar com funções*

    1. Identificar a soma de funções numéricas com um dado domínio A e conjunto de chegada $\mathbb{Q}$ como a função de mesmo domínio e conjunto de chegada tal que a imagem de cada $x \in A$ é a soma das imagens e proceder de forma análoga para subtrair, multiplicar e elevar funções a um expoente natural.
    2. Efetuar operações com funções de domínio finito definidas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos.
    3. Designar, dado um número racional b, por «função constante igual a b» a função $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tal que $f(x) = b$ para cada $x \in \mathbb{Q}$ e designar as funções com esta propriedade por «funções constantes» ou apenas «constantes» quando esta designação não for ambígua.
    4. Designar por «função linear» uma função $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ para a qual existe um número racional a tal que $f(x) = ax$, para todo o $x \in \mathbb{Q}$, designando esta expressão por «forma canónica» da função linear e a por «coeficiente de f».
    5. Identificar uma função afim como a soma de uma função linear com uma constante e designar por «forma canónica» da função afim a expressão «$ax + b$», onde a é o coeficiente da função linear e b o valor da constante, e designar a por «coeficiente de x» e b por «termo independente».

6. Provar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções lineares são funções lineares de coeficientes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes das funções dadas.
7. Demonstrar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções afins são funções afins de coeficientes da variável e termos independentes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes e dos termos independentes das funções dadas.
8. Identificar funções lineares e afins reduzindo as expressões dadas para essas funções à forma canónica.

3. *Definir funções de proporcionalidade direta*

   1. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade direta f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número positivo x, $f(xm) = xf(m)$ (ao multiplicar a medida m da segunda por um dado número positivo, a medida $y = f(m)$ da primeira fica também multiplicada por esse número) e, considerando $m = 1$, que f é igual, no seu domínio, a uma função linear de coeficiente $a = f(1)$.
   2. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente da respetiva função de proporcionalidade direta.
   3. Reconhecer que uma função numérica positiva f definida para valores positivos é de proporcionalidade direta quando (e apenas quando) é constante o quociente entre $f(x)$ e x, para qualquer x pertencente ao domínio de f.

4. *Resolver problemas*

   1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta em diversos contextos.

5. *Definir sequências e sucessões*

   1. Identificar, dado um número natural N, uma «sequência de N elementos» como uma função de domínio $\{1,2,\ldots,N\}$ e utilizar corretamente a expressão «termo de ordem n da sequência» e «termo geral da sequência».
   2. Identificar uma «sucessão» como uma função de domínio $\mathbb{N}$, designando por u_n a imagem do número natural n por u e utilizar corretamente a expressão «termo de ordem n da sucessão» e «termo geral da sucessão».
   3. Representar, num plano munido de um referencial cartesiano, gráficos de sequências.

6. *Resolver problemas*

   1. Resolver problemas envolvendo sequências e sucessões e os respetivos termos gerais.

Expressões algébricas

1. *Estender a potenciação e conhecer as propriedades das operações*

   1. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais as propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação e as propriedades distributivas da multiplicação relativamente à adição e à subtração.
   2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais, a identificação do 0 e do 1 como os elementos neutros respetivamente da adição e da multiplicação de números, do 0 como elemento absorvente da multiplicação e de dois números como «inversos» um do outro quando o respetivo produto for igual a 1.
   3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais o reconhecimento de que o inverso de um dado número não nulo q é igual a $\frac{1}{q}$, o inverso do produto é igual ao produto dos inversos, o inverso do quociente é igual ao quociente dos inversos e de que, dados números q, r, s e t, $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r e t não nulos) e $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q \times t}{r \times s}$ (r, s e t não nulos).
   4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a definição e as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural de um número.
   5. Reconhecer, dado um número racional q e um número natural n , que $(-q)^n = q^n$ se n for par e $(-q)^n = -q^n$ se n for ímpar.
   6. Reconhecer, dado um número racional não nulo q e um número natural n, que a potência q^n é positiva quando n é par e tem o sinal de q quando n é ímpar.
   7. Simplificar e calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parênteses.

Raízes quadradas e cúbicas

2. *Operar com raízes quadradas e cúbicas racionais*

   1. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^2 < r^2$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois quadrados de lados com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento dos respetivos lados.
   2. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^3 < r^3$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois cubos de arestas com medida de comprimento respetivamente iguais q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento das respetivas arestas.
   3. Designar por «quadrados perfeitos» (respetivamente «cubos perfeitos») os quadrados (respetivamente cubos) dos números inteiros não negativos e construir tabelas de quadrados e cubos perfeitos.
   4. Reconhecer, dado um quadrado perfeito não nulo ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois quadrados perfeitos não nulos, que existem exatamente dois números racionais, simétricos um do outro, cujo quadrado é igual a q, designar o que é positivo por «raiz quadrada de q» e representá-lo por $\sqrt{q}$.

5. Reconhecer que 0 é o único número racional cujo quadrado é igual a 0, designá-lo por «raiz quadrada de 0» e representá-lo por $\sqrt{0}$.
6. Provar, utilizando a definição de raiz quadrada, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes de quadrados perfeitos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, e que $\sqrt{q \times r} = \sqrt{q} \times \sqrt{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}$.
7. Reconhecer, dado um cubo perfeito ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois cubos perfeitos ou ao respetivo simétrico, que existe um único número racional cujo cubo é igual a q, designá-lo por «raiz cúbica de q» e representá-lo por $\sqrt[3]{q}$.
8. Provar, utilizando a definição de raiz cúbica, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes ou a simétricos de quocientes de cubos perfeitos não nulos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, que $\sqrt[3]{-q} = -\sqrt[3]{q}$, $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$.
9. Determinar, na forma fracionária ou como dízimas, raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais que possam ser representados como quocientes de quadrados perfeitos (respetivamente quocientes ou simétrico de quocientes de cubos perfeitos) por inspeção de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.
10. Reconhecer, dado um número racional representado como dízima e tal que deslocando a vírgula duas (respetivamente três) casas decimais para a direita obtemos um quadrado (respetivamente cubo) perfeito, que é possível representá-lo como fração decimal cujos termos são quadrados (respetivamente cubos) perfeitos e determinar a representação decimal da respetiva raiz quadrada (respetivamente cúbica).
11. Determinar as representações decimais de raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais representados na forma de dízimas, obtidas por deslocamento da vírgula para a esquerda um número par de casas decimais (respetivamente um número de casas decimais que seja múltiplo de três) em representações decimais de números retirados da coluna de resultados de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.

Equações algébricas

3. *Resolver equações do 1.º grau*

1. Identificar, dadas duas funções f e g, uma «equação» com uma «incógnita x» como uma expressão da forma «$f(x) = g(x)$», designar, neste contexto, «$f(x)$» por «primeiro membro da equação», «$g(x)$» por «segundo membro da equação», qualquer a tal que $f(a) = g(a)$ por «solução» da equação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução».
2. Designar uma equação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário.
3. Identificar duas equações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução e utilizar corretamente o símbolo «$\Leftrightarrow$».
4. Identificar uma equação «$f(x) = g(x)$» como «numérica» quando f e g são funções numéricas, reconhecer que se obtém uma equação equivalente adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número não nulo e designar estas propriedades por «princípios de equivalência».
5. Designar por «equação linear com uma incógnita» ou simplesmente «equação linear» qualquer equação «$f(x) = g(x)$» tal que f e g são funções afins.

6. Simplificar ambos os membros da equação e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada equação linear é equivalente a uma equação em que o primeiro membro é dado por uma função linear e o segundo membro é constante ($ax = b$).
7. Provar, dados números racionais a e b, que a equação $ax = b$ é impossível se $a = 0$ e $b \neq 0$, que qualquer número é solução se $a = b = 0$ (equação linear possível indeterminada), que se $a \neq 0$ a única solução é o número racional $\frac{b}{a}$ (equação linear possível determinada) e designar uma equação linear determinada por «equação algébrica de 1.º grau».
8. Resolver equações lineares distinguindo as que são impossíveis das que são possíveis e entre estas as que são determinadas ou indeterminadas, e apresentar a solução de uma equação algébrica de 1.º grau na forma de fração irredutível ou numeral misto ou na forma de dízima com uma aproximação solicitada.

4. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo equações lineares.

Medidas de localização

1. Representar, tratar e analisar conjuntos de dados

1. Construir, considerado um conjunto de dados numéricos, uma sequência crescente em sentido lato repetindo cada valor um número de vezes igual à respetiva frequência absoluta, designando-a por «sequência ordenada dos dados» ou simplesmente por «dados ordenados».
2. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos, a «mediana» como o valor central no caso de n ser ímpar (valor do elemento de ordem $\frac{n+1}{2}$ da sequência ordenada dos dados), ou como a média aritmética dos dois valores centrais (valores dos elementos de ordens $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2}+1$ da sequência ordenada dos dados) no caso de n ser par e representar a mediana por «$\tilde{x}$» ou «Me».
3. Determinar a mediana de um conjunto de dados numéricos.
4. Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que pelo menos metade dos dados têm valores não superiores à mediana.
5. Designar por «medidas de localização» a média, a moda e a mediana de um conjunto de dados.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas, gráficos de barras e gráficos circulares.

8.º ANO

Números e Operações NO8

Dízimas finitas e infinitas periódicas

1. *Relacionar números racionais e dízimas*

    1. Reconhecer, dada uma fração irredutível $\frac{a}{b}$, que esta é equivalente a uma fração decimal quando (e apenas quando) b não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5, e nesse caso, obter a respetiva representação como dízima por dois processos: determinando uma fração decimal equivalente, multiplicando numerador e denominador por potências de 2 e de 5 adequadas, e utilizando o algoritmo da divisão.
    2. Reconhecer, dada uma fração própria irredutível $\frac{a}{b}$ tal que b tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5, que a aplicação do algoritmo da divisão à determinação sucessiva dos algarismos da aproximação de $\frac{a}{b}$ como dízima com erro progressivamente menor conduz, a partir de certa ordem, à repetição indefinida de uma sequência de algarismos com menos de b termos, a partir do algarismo correspondente ao primeiro resto parcial repetido.
    3. Utilizar corretamente os termos «dízima finita», «dízima infinita periódica» (representando números racionais nessas formas), «período de uma dízima» e «comprimento do período» (determinando-os em casos concretos).
    4. Saber que o algoritmo da divisão nunca conduz a dízimas infinitas periódicas de período igual a «9».
    5. Representar uma dízima infinita periódica como fração, reconhecendo que é uma dízima finita a diferença desse número para o respetivo produto por uma potência de base 10 e de expoente igual ao comprimento do período da dízima e utilizar este processo para mostrar que $0,(9) = 1$.
    6. Saber que se pode estabelecer uma correspondência um a um entre o conjunto das dízimas finitas e infinitas periódicas com período diferente de 9 e o conjunto dos números racionais.
    7. Efetuar a decomposição decimal de uma dízima finita utilizando potências de base 10 e expoente inteiro.
    8. Representar números racionais em notação científica com uma dada aproximação.
    9. Ordenar números racionais representados por dízimas finitas ou infinitas periódicas ou em notação científica.
    10. Determinar a soma, diferença, produto e quociente de números racionais representados em notação científica.
    11. Identificar uma dízima infinita não periódica como a representação decimal de um número inteiro seguido de uma vírgula e de uma sucessão de algarismos que não corresponde a uma dízima infinita periódica.
    12. Representar na reta numérica números racionais representados na forma de dízima convertendo-a em fração e utilizando uma construção geométrica para decompor um segmento de reta em n partes iguais.

Dízimas infinitas não periódicas e números reais

2. *Completar a reta numérica*

    1. Reconhecer que um ponto da reta numérica à distância da origem igual ao comprimento da diagonal de um quadrado de lado 1 não pode corresponder a um número racional e designar os pontos com esta propriedade por «pontos irracionais».
    2. Reconhecer, dado um ponto A da semirreta numérica positiva que não corresponda a uma dízima finita, que existem pontos de abcissa dada por uma dízima finita tão próximos de A quanto se pretenda, justapondo a_0 segmentos de reta de medida 1 a partir da origem tal que A esteja situado entre os pontos de abcissa a_0 e $a_0 + 1$, justapondo em seguida, a partir do ponto de abcissa a_0, a_1 segmentos de medida $\frac{1}{10}$ tal que A esteja situado entre os pontos de abcissa $a_0 + \frac{a_1}{10}$ e $a_0 + \frac{a_1+1}{10}$ e continuando este processo com segmentos de medida $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{10^3}$, ... e associar a A a dízima «$a_0, a_1 a_2$ ...».
    3. Saber, dado um ponto A da semirreta numérica positiva, que a dízima $a_0, a_1 a_2$ ... associada a A é, no caso de A não ser um ponto irracional, a representação na forma de dízima da abcissa de A.
    4. Reconhecer que cada ponto irracional da semirreta numérica positiva está associado a uma dízima infinita não periódica e interpretá-la como representação de um número, dito «número irracional», medida da distância entre o ponto e a origem.
    5. Reconhecer que o simétrico relativamente à origem de um ponto irracional A da semirreta numérica positiva, de abcissa $a_0, a_1 a_2$ ... é um ponto irracional e representá-lo pelo «número irracional negativo» $-a_0, a_1 a_2$ ... .
    6. Designar por «conjunto dos números reais» a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais e designá-lo por «$\mathbb{R}$».
    7. Saber que as quatro operações definidas sobre os números racionais, a potenciação de expoente inteiro e a raiz cúbica se podem estender aos reais, assim como a raiz quadrada a todos os reais não negativos, preservando as respetivas propriedades algébricas, assim como as propriedades envolvendo proporções entre medidas de segmentos.
    8. Reconhecer que $\sqrt{2}$ é um número irracional e saber que $\sqrt{n}$ (sendo n um número natural) é um número irracional se n não for um quadrado perfeito.
    9. Utilizar o Teorema de Pitágoras para construir geometricamente radicais de números naturais e representá-los na reta numérica.
    10. Saber que π é um número irracional.

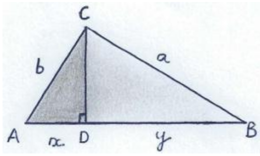
3. *Ordenar números reais*

    1. Estender aos números reais a ordem estabelecida para os números racionais utilizando a representação na reta numérica, reconhecendo as propriedades «transitiva» e «tricotómica» da relação de ordem.
    2. Ordenar dois números reais representados na forma de dízima comparando sequencialmente os algarismos da maior para a menor ordem.

Teorema de Pitágoras

1. Relacionar o teorema de Pitágoras com a semelhança de triângulos

1. Demonstrar, dado um triângulo $[ABC]$ retângulo em C, que a altura $[CD]$ divide o triângulo em dois triângulos a ele semelhantes, tendo-se $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ e $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$.
2. Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$ retângulo em C e de altura $[CD]$, que os comprimentos $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$, $x = \overline{AD}$, $y = \overline{DB}$ satisfazem as igualdades $b^2 = xc$ e $a^2 = yc$ e concluir que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa e designar esta proposição por «Teorema de Pitágoras».



3. Reconhecer que um triângulo de medida de lados a, b e c tais que $a^2 + b^2 = c^2$ é retângulo no vértice oposto ao lado de medida c e designar esta propriedade por «recíproco do Teorema de Pitágoras».

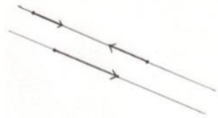
2. Resolver problemas

1. Resolver problemas geométricos envolvendo a utilização dos teoremas de Pitágoras e de Tales.
2. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias desconhecidas por utilização dos teoremas de Pitágoras e de Tales.

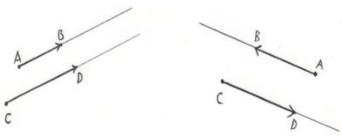
Vetores, translações e isometrias

3. Construir e reconhecer propriedades das translações do plano

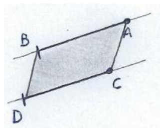
1. Identificar segmentos orientados como tendo «a mesma direção» quando as respetivas retas suportes forem paralelas ou coincidentes.



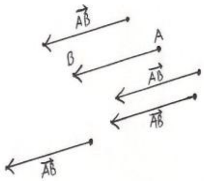
2. Identificar segmentos orientados $[A, B]$ e $[C, D]$ como tendo «a mesma direção e sentido» ou simplesmente «o mesmo sentido» quando as semirretas $\dot{A}B$ e $\dot{C}D$ tiverem o mesmo sentido e como tendo «sentidos opostos» quando tiverem a mesma direção mas não o mesmo sentido.



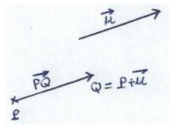
3. Identificar, dado um ponto A, o segmento de reta $[AA]$ e o segmento orientado $[A, A]$ de extremos ambos iguais a A como o próprio ponto A e identificar, dada uma qualquer unidade de comprimento, o comprimento de $[AA]$ e a distância de A a ele próprio como 0 unidades, e considerar que o segmento orientado $[A, A]$ tem direção e sentido indefinidos.
4. Designar por comprimento do segmento orientado $[A, B]$ o comprimento do segmento de reta $[AB]$, ou seja, a distância entre as respetivas origem e extremidade.
5. Identificar segmentos orientados como «equipolentes» quando tiverem a mesma direção, sentido e comprimento e reconhecer que os segmentos orientados $[A, B]$ e $[C, D]$ de retas suportes distintas são equipolentes quando (e apenas quando) $[ABDC]$ é um paralelogramo.



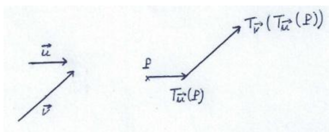
6. Saber que um «vetor» fica determinado por um segmento orientado de tal modo que segmentos orientados equipolentes determinam o mesmo vetor e segmentos orientados não equipolentes determinam vetores distintos, designar esses segmentos orientados por «representantes» do vetor e utilizar corretamente os termos «direção», «sentido» e «comprimento» de um vetor.



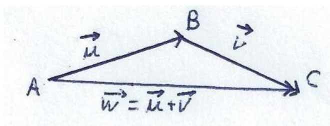
7. Representar o vetor determinado pelo segmento orientado $[A, B]$ por $\overrightarrow{AB}$.
8. Designar por «vetor nulo» o vetor determinado pelos segmentos orientados de extremos iguais e representá-lo por $\vec{0}$.
9. Identificar dois vetores não nulos como «colineares» quando têm a mesma direção e como «simétricos» quando têm o mesmo comprimento, a mesma direção e sentidos opostos, convencionar que o vetor nulo é colinear a qualquer outro vetor e simétrico dele próprio e representar por $-\vec{u}$ o simétrico de um vetor $\vec{u}$.
10. Reconhecer, dado um ponto P e um vetor $\vec{u}$, que existe um único ponto Q tal que $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$ e designá-lo por « $P + \vec{u}$».



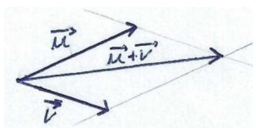
11. Identificar a «translação de vetor $\vec{u}$» como a aplicação que a um ponto P associa o ponto $P + \vec{u}$ e designar a translação e a imagem de P respetivamente por $T_{\vec{u}}$ e por $T_{\vec{u}}(P)$.
12. Identificar, dados vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, a «composta da translação $T_{\vec{v}}$ com a translação $T_{\vec{u}}$» como a aplicação que consiste em aplicar a um ponto P a translação $T_{\vec{u}}$ e, de seguida, a translação $T_{\vec{v}}$ ao ponto $T_{\vec{u}}(P)$ obtido.



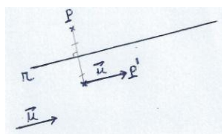
13. Representar por «$T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$» a composta da translação $T_{\vec{v}}$ com a translação $T_{\vec{u}}$ e reconhecer, dado um ponto P, que $(T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}})(P) = (P + \vec{u}) + \vec{v}$.
14. Reconhecer que $T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$ é uma translação de vetor $\vec{w}$ tal que se $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e designando por C a extremidade do representante de $\vec{v}$ de origem B ($\vec{v} = \overrightarrow{BC}$), então $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ e designar $\vec{w}$ por $\vec{u} + \vec{v}$ («regra do triângulo»).



15. Reconhecer que se podem adicionar dois vetores através da «regra do paralelogramo».



16. Justificar, dado um ponto P e vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, que $(P + \vec{u}) + \vec{v} = P + (\vec{u} + \vec{v})$.
17. Reconhecer, dados vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$, $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$, $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ e designar estas propriedades respetivamente por comutatividade, existência de elemento neutro (vetor nulo), existência de simétrico para cada vetor e associatividade da adição de vetores.
18. Demonstrar que as translações são isometrias que preservam também a direção e o sentido dos segmentos orientados.
19. Saber que as translações são as únicas isometrias que mantêm a direção e o sentido de qualquer segmento orientado ou semirreta.
20. Identificar, dada uma reflexão R_r de eixo r e um vetor $\vec{u}$ com a direção da reta r, a «composta da translação $T_{\vec{u}}$ com a reflexão R_r» como a aplicação que consiste em aplicar a um ponto P a reflexão R_r e, em seguida, a translação $T_{\vec{u}}$ ao ponto $R_r\,(P)$ assim obtido e designar esta aplicação por «reflexão deslizante de eixo r e vetor $\vec{u}$».



21. Saber que as imagens de retas, semirretas e ângulos por uma isometria são respetivamente retas, semirretas e ângulos, transformando origens em origens, vértices em vértices e lados em lados.
22. Demonstrar que as isometrias preservam a amplitude dos ângulos e saber que as únicas isometrias do plano são as translações, rotações, reflexões axiais e reflexões deslizantes.

4. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo as propriedades das isometrias utilizando raciocínio dedutivo.
2. Resolver problemas envolvendo figuras com simetrias de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante.

Gráficos de funções afins

1. *Identificar as equações das retas do plano*

    1. Demonstrar, utilizando o teorema de Tales, que as retas não verticais num dado plano que passam pela origem de um referencial cartesiano nele fixado são os gráficos das funções lineares e justificar que o coeficiente de uma função linear é igual à ordenada do ponto do gráfico com abcissa igual a 1 e à constante de proporcionalidade entre as ordenadas e as abcissas dos pontos da reta, designando-o por «declive da reta» no caso em que o referencial é ortogonal e monométrico.
    2. Reconhecer, dada uma função $f: D \to \mathbb{R}$, $(D \subset \mathbb{R})$ que o gráfico da função definida pela expressão $g(x) = f(x) + b$ (sendo b um número real) se obtém do gráfico da função f por translação de vetor definido pelo segmento orientado de origem no ponto de coordenadas $(0,0)$ e extremidade de coordenadas $(0, b)$.
    3. Reconhecer que as retas não verticais são os gráficos das funções afins e, dada uma reta de equação $y = ax + b$, designar a por «declive» da reta e b por «ordenada na origem».
    4. Reconhecer que duas retas não verticais são paralelas quando (e apenas quando) têm o mesmo declive.
    5. Reconhecer, dada uma reta r determinada por dois pontos, A de coordenadas (x_A, y_A) e B de coordenadas (x_B, y_B), que a reta não é vertical quando (e apenas quando) $x_B \neq x_A$ e que, nesse caso, o declive de r é igual a $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
    6. Reconhecer que os pontos do plano de abcissa igual a c (sendo c um dado número real) são os pontos da reta vertical que passa pelo ponto de coordenadas $(c, 0)$ e designar por equação dessa reta a equação «$x = c$».

2. *Resolver problemas*

    1. Determinar a expressão algébrica de uma função afim dados dois pontos do respetivo gráfico.
    2. Determinar a equação de uma reta paralela a outra dada e que passa num determinado ponto.
    3. Resolver problemas envolvendo equações de retas em contextos diversos.

Potências de expoente inteiro

1. *Estender o conceito de potência a expoentes inteiros*

    1. Identificar, dado um número não nulo a, a potência a^0 como o número 1, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m a^n$ a expoentes positivos ou nulos.
    2. Identificar, dado um número não nulo a e um número natural n, a potência a^{-n} como o número $\frac{1}{a^n}$, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m a^n$ a expoentes inteiros.
    3. Estender as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural às potências de expoente inteiro.

Monómios e Polinómios

2. *Reconhecer e operar com monómios*

    1. Identificar um monómio como uma expressão que liga por símbolos de produto «fatores numéricos» (operações envolvendo números e letras, ditas «constantes», e que designam números) e potências de expoente natural e de base representada por letras, ditas «variáveis» (ou «indeterminadas»).
    2. Designar por «parte numérica» ou «coeficiente» de um monómio uma expressão representando o produto dos respetivos fatores numéricos.
    3. Designar por «monómio nulo» um monómio de parte numérica nula e por «monómio constante» um monómio reduzido à parte numérica.
    4. Designar por «parte literal» de um monómio não constante, estando estabelecida uma ordem para as variáveis, o produto, por essa ordem, de cada uma das variáveis elevada à soma dos expoentes dos fatores em que essa variável intervém no monómio dado.
    5. Identificar dois monómios não nulos como «semelhantes» quando têm a mesma parte literal.
    6. Designar por «forma canónica» de um monómio não nulo um monómio em que se representa em primeiro lugar a parte numérica e em seguida a parte literal.
    7. Identificar dois monómios como «iguais» quando admitem a mesma forma canónica ou quando são ambos nulos.
    8. Reduzir monómios à forma canónica e identificar monómios iguais.
    9. Designar por «grau» de um monómio não nulo a soma dos expoentes da respetiva parte literal, quando existe, e atribuir aos monómios constantes não nulos o grau 0.
    10. Identificar, dados monómios semelhantes não nulos, a respetiva «soma algébrica» como um monómio com a mesma parte literal e cujo coeficiente é igual à soma algébrica dos coeficientes das parcelas.
    11. Identificar o «produto de monómios» como um monómio cuja parte numérica é igual ao produto dos coeficientes dos fatores e a parte literal se obtém representando cada uma das variáveis elevada à soma dos expoentes dos fatores em que essa variável intervém nos monómios dados.
    12. Multiplicar monómios e adicionar algebricamente monómios semelhantes.
    13. Reconhecer, dada uma soma de monómios semelhantes, que substituindo as indeterminadas por números obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma dos valores das expressões

numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas, as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.

14. Reconhecer, dado um produto de monómios, que substituindo as indeterminadas por números obtém-se uma expressão numérica de igual valor ao produto dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nos fatores, as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.

3. Reconhecer e operar com polinómios

1. Designar por «polinómio» um monómio ou uma expressão ligando monómios (designados por «termos do polinómio») através de sinais de adição, que podem ser substituídos por sinais de subtração tomando-se, para o efeito, o simétrico da parte numérica do monómio que se segue ao sinal.
2. Designar por «variáveis do polinómio» ou «indeterminadas do polinómio» as variáveis dos respetivos termos e por «coeficientes do polinómio» os coeficientes dos respetivos termos.
3. Designar por «forma reduzida» de um polinómio qualquer polinómio que se possa obter do polinómio dado eliminando os termos nulos, adicionando algebricamente os termos semelhantes e eliminando as somas nulas, e, no caso de por este processo não se obter nenhum termo, identificar a forma reduzida como «0».
4. Designar por polinómios «iguais» os que admitem uma mesma forma reduzida, por «termo independente de um polinómio» o termo de grau 0 de uma forma reduzida e por «polinómio nulo» um polinómio com forma reduzida «0».
5. Designar por «grau» de um polinómio não nulo o maior dos graus dos termos de uma forma reduzida desse polinómio.
6. Identificar, dados polinómios não nulos, o «polinómio soma» (respetivamente «polinómio diferença») como o que se obtém ligando os polinómios parcelas através do sinal de adição (respetivamente «subtração») e designar ambos por «soma algébrica» dos polinómios dados.
7. Reconhecer que se obtém uma forma reduzida da soma algébrica de dois polinómios na forma reduzida adicionando algebricamente os coeficientes dos termos semelhantes, eliminando os nulos e as somas nulas assim obtidas e adicionando os termos assim obtidos, ou concluir que a soma algébrica é nula se todos os termos forem assim eliminados.
8. Identificar o «produto» de dois polinómios como o polinómio que se obtém efetuando todos os produtos possíveis de um termo de um por um termo do outro e adicionando os resultados obtidos.
9. Reconhecer, dada uma soma (respetivamente produto) de polinómios, que substituindo as indeterminadas por números, obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma (respetivamente produto) dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas (respetivamente fatores), as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.
10. Reconhecer os casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios e demonstrá-los.
11. Efetuar operações entre polinómios, determinar formas reduzidas e os respetivos graus.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas que associem polinómios a medidas de áreas e volumes interpretando geometricamente igualdades que os envolvam.
2. Fatorizar polinómios colocando fatores comuns em evidência e utilizando os casos notáveis da multiplicação de polinómios.

Equações incompletas de 2.º grau

5. *Resolver equações do 2.º grau*

    1. Designar por equação do 2.º grau com uma incógnita uma igualdade entre dois polinómios, com uma variável, redutível à equação que se obtém igualando a «0» um polinómio de 2.º grau com uma variável, por adição algébrica de termos iguais a ambos os membros.
    2. Designar a equação do 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) por «incompleta» quando $b = 0$ ou $c = 0$.
    3. Provar que se um produto de números é nulo então um dos fatores é nulo e designar esta propriedade por «lei do anulamento do produto».
    4. Demonstrar que a equação do 2.º grau $x^2 = k$ não tem soluções se $k < 0$, tem uma única solução se $k = 0$ e tem duas soluções simétricas se $k > 0$.
    5. Aplicar a lei do anulamento do produto à resolução de equações de 2.º grau, reconhecendo, em cada caso, que não existem mais do que duas soluções e simplificando as expressões numéricas das eventuais soluções.

6. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo equações de 2.º grau.

Equações literais

7. *Reconhecer e resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas*

    1. Designar por «equação literal» uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras.
    2. Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes.

Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas

8. *Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas*

    1. Designar por «sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas x e y» um sistema de duas equações numéricas redutíveis à forma «$ax + by = c$» tal que os coeficientes a e b não são ambos nulos e utilizar corretamente a expressão «sistema na forma canónica».
    2. Designar, fixada uma ordem para as incógnitas, o par ordenado de números (x_0, y_0) como «solução de um sistema com duas incógnitas» quando, ao substituir em cada uma das equações a primeira incógnita por x_0 e a segunda por y_0 se obtêm duas igualdades verdadeiras e por «sistemas equivalentes» sistemas com o mesmo conjunto de soluções.
    3. Interpretar geometricamente os sistemas de duas equações de 1.º grau num plano munido de um referencial cartesiano e reconhecer que um tal sistema ou não possui soluções («sistema impossível»), ou uma única solução («sistema possível e determinado») ou as soluções são as coordenadas dos pontos da reta definida por uma das duas equações equivalentes do sistema («sistema possível e indeterminado»).
    4. Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de substituição.

9. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.

Diagramas de extremos e quartis

1. Representar, tratar e analisar conjuntos de dados

1. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos (sendo n ímpar), o «primeiro quartil» (respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior (respetivamente superior) a $\frac{n+1}{2}$ na sequência ordenada do conjunto inicial de dados.
2. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos (sendo n par), o «primeiro quartil» (respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior ou igual a $\frac{n}{2}$ (respetivamente superior ou igual a $\frac{n}{2}+1$) na sequência ordenada do conjunto inicial de dados.
3. Identificar, considerado um conjunto de dados numéricos, o «segundo quartil» como a mediana desse conjunto e representar os primeiro, segundo e terceiro quartis respetivamente por Q_1, Q_2 e Q_3.
4. Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que a percentagem de dados não inferiores (respetivamente não superiores) ao primeiro (respetivamente terceiro) quartil é pelo menos 75%.
5. Representar conjuntos de dados quantitativos em diagramas de extremos e quartis.
6. Identificar a «amplitude interquartil» como a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil ($\mathrm{Q}_3 - \mathrm{Q}_1$) e designar por «medidas de dispersão» a amplitude e a amplitude interquartis.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em gráficos diversos e em diagramas de extremos e quartis.

9.º ANO

Números e Operações NO9

Relação de ordem

1. *Reconhecer propriedades da relação de ordem em $\mathbb{R}$*

   1. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$, que se tem $q + s < r + s$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   2. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s > 0$, que se tem $qs < rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   3. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s < 0$, que se tem $qs > rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   4. Provar que para a, b, c e d números reais com $a < b$ e $c < d$ se tem $a + c < b + d$ e, no caso de a, b, c e d serem positivos, $ac < bd$.
   5. Justificar, dados dois números reais positivos a e b, que se $a < b$ então $a^2 < b^2$ e $a^3 < b^3$, observando que esta última propriedade se estende a quaisquer dois números reais.
   6. Justificar, dados dois números reais positivos a e b, que se $a < b$ então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
   7. Simplificar e ordenar expressões numéricas reais que envolvam frações, dízimas e radicais utilizando as propriedades da relação de ordem.

2. *Definir intervalos de números reais*

   1. Identificar, dados dois números reais a e b (com $a < b$), os «intervalos não degenerados», ou simplesmente «intervalos», $[a, b]$, $]a, b[$,$[a, b[$ e $]a, b]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente, $a \leq x \leq b$, $a < x < b$, $a \leq x < b$ e $a < x \leq b$, designando por «extremos» destes intervalos os números a e b e utilizar corretamente os termos «intervalo fechado», «intervalo aberto» e «amplitude de um intervalo».
   2. Identificar, dado um número real a, os intervalos $[a, +\infty[$, $]a, +\infty[$, $]-\infty, a[$ e $]-\infty, a]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais x tais que, respetivamente, $x \geq a$, $x > a$, $x < a$ e $x \leq a$ e designar os símbolos «$-\infty$» e «$+\infty$» por, respetivamente, «menos infinito» e «mais infinito».
   3. Identificar o conjunto dos números reais como intervalo, representando-o por $]-\infty, +\infty[$.
   4. Representar intervalos na reta numérica.
   5. Determinar interseções e reuniões de intervalos de números reais, representando-as, quando possível, sob a forma de um intervalo ou, caso contrário, de uma união de intervalos disjuntos.

3. *Operar com valores aproximados de números reais*

   1. Identificar, dado um número x e um número positivo r, um número x' como uma «aproximação de x com erro inferior a r» quando $x' \in]x - r, x + r[$.
   2. Reconhecer, dados dois números reais x e y e aproximações x' e y' respetivamente de x e y com erro inferior a r, que $x' + y'$é uma aproximação de $x + y$ com erro inferior a $2r$.

3. Aproximar o produto de dois números reais pelo produto de aproximações dos fatores, majorando por enquadramentos o erro cometido.
4. Aproximar raízes quadradas (respetivamente cúbicas) com erro inferior a um dado valor positivo r, determinando números racionais cuja distância seja inferior a r e cujos quadrados (respetivamente cubos) enquadrem os números dados.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas em contextos diversos.

Axiomatização das teorias Matemáticas

1. *Utilizar corretamente o vocabulário próprio do método axiomático*

    1. Identificar uma «teoria» como um dado conjunto de proposições consideradas verdadeiras, incluindo-se também na teoria todas as proposições que delas forem dedutíveis logicamente.
    2. Reconhecer, no âmbito de uma teoria, que para não se incorrer em raciocínio circular ou numa cadeia de deduções sem fim, é necessário fixar alguns objetos («objetos primitivos»), algumas relações entre objetos que não se definem a partir de outras («relações primitivas»), e algumas proposições que se consideram verdadeiras sem as deduzir de outras («axiomas»).
    3. Designar por «axiomática de uma teoria» um conjunto de objetos primitivos, relações primitivas e axiomas a partir dos quais todos os objetos e relações da teoria possam ser definidos e todas as proposições verdadeiras demonstradas e utilizar corretamente os termos «definição», «teorema» e «demonstração» de um teorema.
    4. Saber que os objetos primitivos, relações primitivas e axiomas de algumas teorias podem ter interpretações intuitivas que permitem aplicar os teoremas à resolução de problemas da vida real e, em consequência, testar a validade da teoria como modelo da realidade em determinado contexto.
    5. Distinguir «condição necessária» de «condição suficiente» e utilizar corretamente os termos «hipótese» e «tese» de um teorema e o símbolo «$\Rightarrow$».
    6. Saber que alguns teoremas podem ser designados por «lemas», quando são considerados resultados auxiliares para a demonstração de um teorema considerado mais relevante e outros por «corolários» quando no desenvolvimento de uma teoria surgem como consequências estreitamente relacionadas com um teorema considerado mais relevante.

2. *Identificar factos essenciais da axiomatização da Geometria*

    1. Saber que para a Geometria Euclidiana foram apresentadas historicamente diversas axiomáticas que foram sendo aperfeiçoadas, e que, dadas duas delas numa forma rigorosa, é possível definir os termos e relações primitivas de uma através dos termos e relações primitivas da outra e demonstrar os axiomas de uma a partir dos axiomas da outra, designando-se, por esse motivo, por «axiomáticas equivalentes» e conduzindo aos mesmos teoremas.
    2. Saber que, entre outras possibilidades, existem axiomáticas da Geometria que tomam como objetos primitivos os pontos, as retas e os planos e outras apenas os pontos, e que a relação «B está situado entre A e C» estabelecida entre pontos de um trio ordenado (A, B, C), assim como a relação «os pares de pontos (A, B) e (C, D) são equidistantes», entre pares de pontos podem ser tomadas como relações primitivas da Geometria.
    3. Saber que na forma histórica original da Axiomática de Euclides se distinguiam «postulados» de «axiomas», de acordo com o que se supunha ser o respetivo grau de evidência e domínio de aplicabilidade, e que nas axiomáticas atuais essa distinção não é feita, tomando-se o termo «postulado» como sinónimo de «axioma», e enunciar exemplos de postulados e axiomas dos «Elementos de Euclides».
    4. Identificar «lugar geométrico» como o conjunto de todos os pontos que satisfazem uma dada propriedade.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

3. *Caracterizar a Geometria Euclidiana através do axioma das paralelas.*

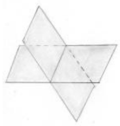
    1. Saber que o «5.º postulado de Euclides», na forma enunciada nos «Elementos de Euclides», estabelece que se duas retas num plano, intersetadas por uma terceira, determinam com esta ângulos internos do mesmo lado da secante cuja soma é inferior a um ângulo raso então as duas retas intersetam-se no semiplano determinado pela secante que contém esses dois ângulos.
    2. Saber que o «axioma euclidiano de paralelismo» estabelece que por um ponto P fora de uma reta r não passa mais que uma reta a ela paralela e que é equivalente ao «5.º postulado de Euclides» no sentido em que substituindo um pelo outro se obtêm axiomáticas equivalentes.
    3. Saber que é possível construir teorias modificando determinadas axiomáticas da Geometria Euclidiana que incluam o 5.º postulado de Euclides e substituindo-o pela respetiva negação, designar essas teorias por «Geometrias não-Euclidianas» e, no caso de não haver outras alterações à axiomática original para além desta substituição, saber que se designa a teoria resultante por «Geometria Hiperbólica» ou «de Lobachewski».

4. *Identificar posições relativas de retas no plano utilizando o axioma euclidiano de paralelismo*

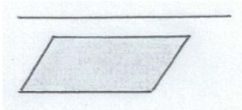
    1. Demonstrar que se uma reta interseta uma de duas paralelas e é com elas complanar então interseta a outra.
    2. Demonstrar que são iguais os ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.
    3. Demonstrar que duas retas paralelas a uma terceira num dado plano são paralelas entre si.

5. *Identificar planos paralelos, retas paralelas e retas paralelas a planos no espaço euclidiano*

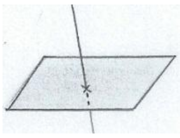
    1. Saber que a interseção de dois planos não paralelos é uma reta e, nesse caso, designá-los por «planos concorrentes».

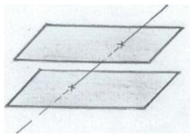
    2. Identificar uma reta como «paralela a um plano» quando não o intersetar.

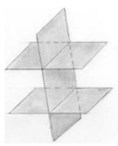
    3. Saber que uma reta que não é paralela a um plano nem está nele contida interseta-o exatamente num ponto, e, nesse caso, designá-la por «reta secante ao plano».

    4. Saber que se uma reta é secante a um de dois planos paralelos então é também secante ao outro.

    5. Saber que se um plano é concorrente com um de dois planos paralelos então é também concorrente com o outro e reconhecer que as retas interseção do primeiro com cada um dos outros dois são paralelas.

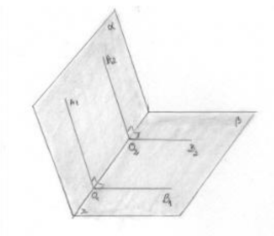
    

    6. Saber que duas retas paralelas a uma terceira (as três não necessariamente complanares) são paralelas entre si.
    7. Saber que é condição necessária e suficiente para que dois planos (distintos) sejam paralelos que exista um par de retas concorrentes em cada plano, duas a duas paralelas.

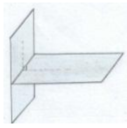
8. Provar que dois planos paralelos a um terceiro são paralelos entre si, saber que por um ponto fora de um plano passa um plano paralelo ao primeiro e provar que é único.

6. *Identificar planos perpendiculares e retas perpendiculares a planos no espaço euclidiano*

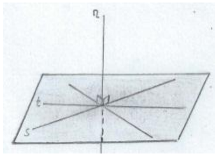
    1. Reconhecer, dados dois planos α e β que se intersetam numa reta r, que são iguais dois quaisquer ângulos convexos $A_1O_1B_1$ e $A_2O_2B_2$ de vértices em r e lados perpendiculares a r de forma que os lados $\dot{O}_1A_1$ e $\dot{O}_2A_2$ estão num mesmo semiplano determinado por r em α e os lados $\dot{O}_1B_1$ e $\dot{O}_2B_2$ estão num mesmo semiplano determinado por r em β, e designar qualquer dos ângulos e a respetiva amplitude comum por «ângulo dos dois semiplanos».



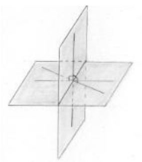
    2. Designar por «semiplanos perpendiculares» dois semiplanos que formam um ângulo reto e por «planos perpendiculares» os respetivos planos suporte.



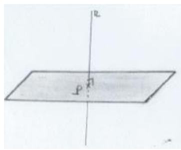
    3. Saber que se uma reta r é perpendicular a duas retas s e t num mesmo ponto P, é igualmente perpendicular a todas as retas complanares a s e t que passam por P e que qualquer reta perpendicular a r que passa por P está contida no plano determinado pelas retas s e t.



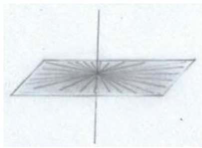
    4. Identificar uma reta como «perpendicular a um plano» num ponto P quando é perpendicular em P a um par de retas distintas desse plano e justificar que uma reta perpendicular a um plano num ponto P é perpendicular a todas as retas do plano que passam por P.
    5. Provar que é condição necessária e suficiente para que dois planos sejam perpendiculares que um deles contenha uma reta perpendicular ao outro.



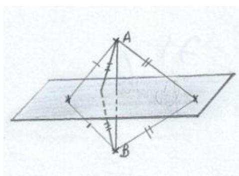
    6. Saber que existe uma reta perpendicular a um plano passando por um dado ponto, provar que é única e designar a interseção da reta com o plano por «pé da perpendicular» e por «projeção ortogonal do ponto no plano» e, no caso em que o ponto pertence ao plano, a reta por «reta normal ao plano em A».



    7. Saber, dada uma reta r e um ponto P, que existe um único plano perpendicular a r passando por P, reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço que determinam com P, se pertencer a r, ou com o pé da perpendicular traçada de P para r, no caso contrário, uma reta perpendicular a r e designar esse plano por «plano perpendicular (ou normal) a r passando por P» e, no caso de P pertencer à reta, por «plano normal a r em P».



    8. Reconhecer que se uma reta é perpendicular a um de dois planos paralelos então é perpendicular ao outro e que dois planos perpendiculares a uma mesma reta são paralelos.
    9. Designar por «plano mediador» de um segmento de reta $[AB]$ o plano normal à reta suporte do segmento de reta no respetivo ponto médio e reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço equidistantes de A e B.

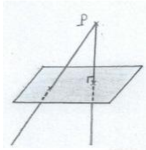


7. *Resolver problemas*

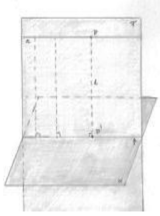
    1. Resolver problemas envolvendo as posições relativas de retas e planos.

Medida

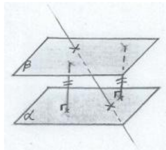
8. *Definir distâncias entre pontos e planos, retas e planos e entre planos paralelos*



1. Identificar, dado um ponto P e um plano π, a «distância entre o ponto e o plano» como a distância de P à respetiva projeção ortogonal em π e provar que é inferior à distância de P a qualquer outro ponto do plano.



2. Reconhecer, dada uma reta r paralela a um plano α, que o plano π definido pela reta r e pelo pé da perpendicular traçada de um ponto de r para α é perpendicular ao plano α, que os pontos da reta p interseção dos planos α e π são os pés das perpendiculares traçadas dos pontos da reta r para o plano π, designar p por «projeção ortogonal da reta r no plano α» e a distância entre as retas paralelas r e p por «distância entre a reta r e o plano α», justificando que é menor do que a distância de qualquer ponto de r a um ponto do plano distinto da respetiva projeção ortogonal.



3. Reconhecer, dados dois planos paralelos α e β, que são iguais as distâncias entre qualquer ponto de um e a respetiva projeção ortogonal no outro, designar esta distância comum por «distância entre os planos α e β» e justificar que é menor que a distância entre qualquer par de pontos, um em cada um dos planos, que não sejam projeção ortogonal um do outro.
4. Identificar a altura de uma pirâmide ou de um cone como a distância do vértice ao plano que contém a base e a altura de um prisma, relativamente a um par de bases, como a distância entre os planos que contêm as bases.

9. *Comparar e calcular áreas e volumes*

1. Saber que a decomposição de um prisma triangular reto em três pirâmides com o mesmo volume permite mostrar que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide triangular é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área de uma base pela medida da altura correspondente.
2. Reconhecer, por decomposição em pirâmides triangulares, que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura.
3. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de um cone é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura, por se poder aproximar por volumes de pirâmides de bases inscritas e circunscritas à base do cone e o mesmo vértice.
4. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de uma esfera é igual a $\frac{4}{3}\pi R^3$, onde R é o raio da esfera.
5. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, o comprimento de um arco de circunferência e a área de um setor circular são diretamente proporcionais à amplitude do respetivo ângulo ao centro.
6. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, arcos (respetivamente setores circulares) com comprimentos (respetivamente áreas) iguais são geometricamente iguais.
7. Identificar a área da superfície de um poliedro como a soma das áreas das respetivas faces.
8. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área (da superfície) lateral de um cone reto é igual ao produto da medida do comprimento da geratriz pelo raio da base multiplicado por π, sabendo que pode ser aproximada pelas áreas (das superfícies) laterais de pirâmides com o mesmo vértice e bases inscritas ou circunscritas à base do

cone, ou, em alternativa, observando que a planificação da superfície lateral corresponde a um setor circular de raio igual à geratriz.

9. Saber que a medida, em unidades quadradas, da área de uma superfície esférica é igual a $4\pi\, R^2$, onde R é o raio da esfera.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

11. Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos

1. Construir, dado um ângulo agudo θ, triângulos retângulos dos quais θ é um dos ângulos internos, traçando perpendiculares de um ponto qualquer, distinto do vértice, de um dos lados de θ para o outro lado, provar que todos os triângulos que assim se podem construir são semelhantes e também semelhantes a qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo interno igual a θ.
2. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «seno de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\sin(\theta)$, $\sin\theta$, $\mathrm{sen}(\theta)$ ou $\mathrm{sen}\,\theta$.
3. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «cosseno de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto adjacente a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\cos(\theta)$ ou $\cos\theta$.
4. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «tangente de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e do cateto adjacente a θ e representá-lo por $\tan(\theta)$, $\tan\theta$, $\mathrm{tg}\,(\theta)$ ou $\mathrm{tg}\,\theta$.
5. Designar seno de θ, cosseno de θ e tangente de θ por «razões trigonométricas» de θ.
6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados dois ângulos θ e θ' com a mesma amplitude $\hat{\theta} = \widehat{\theta'}$, que o seno, cosseno e tangente de θ são respetivamente iguais ao seno, cosseno e tangente de θ' e designá-los também respetivamente por seno, cosseno e tangente de $\hat{\theta}$.
7. Justificar que o valor de cada uma das razões trigonométricas de um ângulo agudo θ (e da respetiva amplitude) é independente da unidade de comprimento fixada.
8. Reconhecer que o seno e o cosseno de um ângulo agudo são números positivos menores do que 1.
9. Provar que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de um ângulo agudo é igual a 1 e designar este resultado por «fórmula fundamental da Trigonometria».
10. Provar que a tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre os respetivos seno e cosseno.
11. Provar que seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de um ângulo complementar.
12. Determinar, utilizando argumentos geométricos, as razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$.
13. Utilizar uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas.

12. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando as razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$.
2. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando ângulos agudos dados e as respetivas razões trigonométricas dadas por uma máquina de calcular ou por uma tabela.

3. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias a pontos inacessíveis utilizando ângulos agudos e as respetivas razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

13. Identificar lugares geométricos

1. Provar que as mediatrizes dos lados de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «circuncentro do triângulo» e provar que o circuncentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo.
2. Provar que a bissetriz de um ângulo convexo é o lugar geométrico dos pontos do ângulo que são equidistantes das retas suportes dos lados do ângulo.
3. Provar que as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «incentro do triângulo» e provar que o incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo.
4. Saber que as retas suporte das três alturas de um triângulo são concorrentes e designar o ponto de interseção por «ortocentro» do triângulo.
5. Justificar que a reta que bisseta dois dos lados de um triângulo é paralela ao terceiro e utilizar semelhança de triângulos para mostrar que duas medianas se intersetam num ponto que dista do vértice $2/3$ do comprimento da respetiva mediana e concluir que as três medianas de um triângulo são concorrentes, designando-se o ponto de interseção por «baricentro», «centro de massa» ou «centroide» do triângulo.
6. Determinar, por construção, o incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro de um triângulo.

14. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

Circunferência

15. Conhecer propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência

1. Identificar «arco de circunferência» como a interseção de uma dada circunferência com um ângulo ao centro e utilizar corretamente o termo «extremos de um arco».
2. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco menor AB», ou simplesmente «arco AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro convexo AOB.
3. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco maior AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro côncavo AOB.
4. Representar, dados três pontos A, B e P de uma dada circunferência, por arco APB o arco de extremos A e B que contém o ponto P.
5. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência, por «corda AB» o segmento de reta $[AB]$, os arcos de extremos A e B por «arcos subtensos pela corda AB», e quando se tratar de um arco menor, designá-lo por «arco correspondente à corda AB».
6. Reconhecer, numa circunferência ou em circunferências iguais, que cordas e arcos determinados por ângulos ao centro iguais também são iguais e vice-versa.

7. Identificar a «amplitude de um arco de circunferência APB», como a amplitude do ângulo ao centro correspondente e representá-la por $\widehat{APB}$, ou simplesmente por $\widehat{AB}$ quando se tratar de um arco menor.
8. Reconhecer que são iguais arcos (respetivamente cordas) determinados por duas retas paralelas e entre elas compreendidos.
9. Demonstrar que qualquer reta que passa pelo centro de uma circunferência e é perpendicular a uma corda a bisseta, assim como aos arcos subtensos e aos ângulos ao centro correspondentes.
10. Designar por «ângulo inscrito» num arco de circunferência qualquer ângulo de vértice no arco e distinto dos extremos e com lados passando por eles, o arco por «arco capaz do ângulo inscrito» e utilizar corretamente a expressão «arco compreendido entre os lados» de um ângulo inscrito.
11. Demonstrar que a amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os respetivos lados e, como corolários, que ângulos inscritos no mesmo arco têm a mesma amplitude e que um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.
12. Designar por «segmento de círculo» a região do círculo compreendida entre uma corda e um arco por ela subtenso, dito «maior» quando o arco for maior e «menor» quando o arco for menor.
13. Provar que um ângulo de vértice num dos extremos de uma corda, um dos lados contendo a corda e o outro tangente à circunferência («ângulo do segmento»), tem amplitude igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.
14. Designar por ângulo «ex-inscrito num arco de circunferência» um ângulo adjacente a um ângulo inscrito e a ele suplementar, e provar que a amplitude de um ângulo ex-inscrito é igual à semissoma das amplitudes dos arcos correspondentes às cordas que as retas suporte dos lados contêm.
15. Provar que a amplitude de um ângulo convexo de vértice no interior de um círculo é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os lados do ângulo verticalmente oposto.
16. Provar que a amplitude de um ângulo de vértice exterior a um círculo e cujos lados o intersetam é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os respetivos lados.
17. Provar que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é igual a $(n-2)180$ e deduzir que a soma de n ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro.
18. Provar que a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência é igual a um ângulo raso.

16. Resolver problemas

1. Construir aproximadamente, utilizando um transferidor, um polígono regular com n lados inscrito numa circunferência, sendo conhecido um dos seus vértices e o centro da circunferência.
2. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos e arcos definidos numa circunferência.
3. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos internos e externos de polígonos regulares inscritos numa circunferência.

Funções algébricas

1. *Definir funções de proporcionalidade inversa*

    1. Reconhecer, dada uma grandeza inversamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade inversa f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número real positivo x, $f(xm) = \frac{1}{x} f(m)$ (ao multiplicar a variável independente m por um dado número positivo, a variável dependente $y = f(m)$ fica multiplicada pelo inverso desse número) e, considerando $m = 1$, que f é uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}$, onde $a = f(1)$ e concluir que a é a constante de proporcionalidade inversa.
    2. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma curva designada por «ramo de hipérbole» cuja reunião com a respetiva imagem pela reflexão central relativa à origem pertence a um conjunto mais geral de curvas do plano designadas por «hipérboles».

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa em diversos contextos.

3. *Interpretar graficamente soluções de equações do segundo grau*

    1. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = ax^2$ (a número real não nulo) é uma curva designada por «parábola de eixo vertical e vértice na origem».
    2. Reconhecer que o conjunto-solução da equação de 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ é o conjunto das abcissas dos pontos de interseção da parábola de equação $y = ax^2$, com a reta de equação $y = -bx - c$.

Inequações

1. *Resolver inequações do 1.º grau*

   1. Identificar, dadas duas funções numéricas f e g, uma «inequação» com uma «incógnita x» como uma expressão da forma «$f(x) < g(x)$», designar, neste contexto, «$f(x)$» por «primeiro membro da inequação», «$g(x)$» por «segundo membro da inequação», qualquer a tal que $f(a) < g(a)$ por «solução» da inequação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução».
   2. Designar uma inequação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário.
   3. Identificar duas inequações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução.
   4. Reconhecer que se obtém uma inequação equivalente a uma dada inequação adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número positivo ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número negativo invertendo o sentido da desigualdade e designar estas propriedades por «princípios de equivalência».
   5. Designar por «inequação do 1.º grau com uma incógnita» ou simplesmente «inequação do 1.º grau» qualquer inequação «$f(x) < g(x)$» tal que f e g são funções afins de coeficientes de x distintos e simplificar inequações do 1.º grau representando f e g na forma canónica.
   6. Simplificar os membros de uma inequação do 1.º grau e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada inequação do 1.º grau é equivalente a uma inequação em que o primeiro membro é dado por uma função linear de coeficiente não nulo e o segundo membro é constante ($ax < b$).
   7. Resolver inequações do 1.º grau apresentando o conjunto-solução na forma de um intervalo.
   8. Resolver conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau e apresentar o conjunto-solução na forma de um intervalo ou como reunião de intervalos disjuntos.

2. *Resolver problemas*

   1. Resolver problemas envolvendo inequações do 1.º grau.

Equações do 2.º grau

3. *Completar quadrados e resolver equações do 2.º grau*

   1. Determinar, dado um polinómio do 2.º grau na variável x, $ax^2 + bx + c$, uma expressão equivalente da forma $a(x + d)^2 + e$, onde d e e são números reais e designar este procedimento por «completar o quadrado».
   2. Resolver equações do 2.º grau começando por completar o quadrado e utilizando os casos notáveis da multiplicação.
   3. Reconhecer que uma equação do segundo grau na variável x, $ax^2 + bx + c = 0$, é equivalente à equação $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ e designar a expressão $\Delta = b^2 - 4ac$ por «binómio discriminante» ou simplesmente «discriminante» da equação.

4. Reconhecer que uma equação do 2.º grau não tem soluções se o respetivo discriminante é negativo, tem uma única solução ($x = -\frac{b}{2a}$) se o discriminante é nulo e tem duas soluções ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$) se o discriminante for positivo, e designar este resultado por «fórmula resolvente».
5. Saber de memória a fórmula resolvente e aplicá-la à resolução de equações completas do 2.º grau.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas geométricos e algébricos envolvendo equações do 2.º grau.

Proporcionalidade Inversa

5. Relacionar grandezas inversamente proporcionais

1. Identificar uma grandeza como «inversamente proporcional» a outra quando dela depende de tal forma que, fixadas unidades, ao multiplicar a medida da segunda por um dado número positivo, a medida da primeira fica multiplicada pelo inverso desse número.
2. Reconhecer que uma grandeza é inversamente proporcional a outra da qual depende quando, fixadas unidades, o produto da medida da primeira pela medida da segunda é constante e utilizar corretamente o termo «constante de proporcionalidade inversa».
3. Reconhecer que se uma grandeza é inversamente proporcional a outra então a segunda é inversamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade inversa são iguais.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais em contextos variados.

Histogramas

1. *Organizar e representar dados em histogramas*

   1. Estender a noção de variável estatística quantitativa ao caso em que cada classe fica determinada por um intervalo de números, fechado à esquerda e aberto à direita, sendo esses intervalos disjuntos dois a dois e de união igual a um intervalo (e estender também ao caso em que se interseta cada um desses intervalos com um conjunto finito pré-determinado de números), designando também cada intervalo por «classe».
   2. Identificar uma variável estatística quantitativa como «discreta» quando cada classe fica determinada por um número ou um conjunto finito de números e como «contínua» quando se associa a cada classe um intervalo.
   3. Reagrupar as unidades de uma população em classes com base num conjunto de dados numéricos de modo que as classes tenham uma mesma amplitude pré-fixada e designar este processo por «agrupar os dados em classes da mesma amplitude».
   4. Identificar, considerado um conjunto de dados agrupados em classes, «histograma» como um gráfico de barras retangulares justapostas e tais que a área dos retângulos é diretamente proporcional à frequência absoluta (e portanto também à frequência relativa) de cada classe.
   5. Reconhecer que num histograma formado por retângulos de bases iguais, a respetiva altura é diretamente proporcional à frequência absoluta e à frequência relativa de cada classe.
   6. Representar, em histogramas, conjuntos de dados agrupados em classes da mesma amplitude.

2. *Resolver problemas*

   1. Resolver problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas e histogramas.

Probabilidade

3. *Utilizar corretamente a linguagem da probabilidade*

   1. Identificar uma «experiência» como um processo que conduz a um resultado pertencente a um conjunto previamente fixado designado por «universo dos resultados» ou «espaço amostral», não se dispondo de informação que permita excluir a possibilidade de ocorrência de qualquer desses resultados, designar os elementos do espaço amostral por «casos possíveis» e a experiência por «determinista» quando existe um único caso possível e «aleatória» em caso contrário.
   2. Designar por «acontecimento» qualquer subconjunto do universo dos resultados de uma experiência aleatória e os elementos de um acontecimento por «casos favoráveis» a esse acontecimento e utilizar a expressão «o acontecimento A ocorre» para significar que o resultado da experiência aleatória pertence ao conjunto A.
   3. Designar, dada uma experiência aleatória, o conjunto vazio por acontecimento «impossível», o universo dos resultados por acontecimento «certo», um acontecimento por «elementar» se existir apenas um caso que lhe seja favorável e por «composto» se existir mais do que um caso que lhe seja favorável.
   4. Designar dois acontecimentos por «incompatíveis» ou «disjuntos» quando a respetiva interseção for vazia e por «complementares» quando forem disjuntos e a respetiva reunião for igual ao espaço amostral.

5. Descrever experiências aleatórias que possam ser repetidas mantendo um mesmo universo de resultados e construídas de modo a que se espere, num número significativo de repetições, que cada um dos casos possíveis ocorra aproximadamente com a mesma frequência e designar os acontecimentos elementares dessas experiências por «equiprováveis».
6. Designar, dada uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, a «probabilidade» de um acontecimento como o quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis, designar esta definição por «regra de Laplace» ou «definição de Laplace de probabilidade» e utilizar corretamente os termos «mais provável», «igualmente provável», «possível», «impossível» e «certo» aplicados, neste contexto, a acontecimentos.
7. Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento, de entre os que estão associados a uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, é um número entre 0 e 1 e, nesse contexto, que é igual a 1 a soma das probabilidades de acontecimentos complementares.
8. Justificar que se A e B forem acontecimentos disjuntos se tem $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
9. Identificar e dar exemplos de acontecimentos possíveis, impossíveis, elementares, compostos, complementares, incompatíveis e associados a uma dada experiência aleatória.
10. Utilizar tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore na resolução de problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação das probabilidades de diferentes acontecimentos compostos.
11. Realizar experiências envolvendo a comparação das frequências relativas com as respetivas probabilidades de acontecimentos em experiências repetíveis (aleatórias), em casos em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.