

Caderno 1

1.

1.1 $f(2) = \boxed{4}$

1.2 Perímetro = $2 \times \overline{BC} + 2 \times \overline{OB}$

Como a abcissa de D é 5, logo $\overline{OD} = \overline{BC} = 5$

Para saber \overline{OB} , é necessário determinar $f(5)$. Ora, se f é uma função de proporcionalidade inversa, então a constante de proporcionalidade é $k = xy$, ou seja, tendo em conta o ponto A , $k = 2 \times 4 = 8$. Assim sendo y a ordenada do ponto D , tem-se:

$8 = 5y \Leftrightarrow y = \frac{8}{5} \Leftrightarrow y = 1,6$, isto é, $f(5) = 1,6$.

Portanto, o perímetro é então igual a $2 \times 5 + 2 \times 1,6 = \boxed{13,2}$

2. A opção correta é a (B).

Não pode ser a opção A pois $20 \times 23 = 460 \neq 450$.

Também não pode ser a opção C já que 15 e 30 não são primos entre si (5 é um divisor desses dois números). Pela mesma razão, também não pode ser a opção D visto que 5 é um divisor comum a 10 e 45.

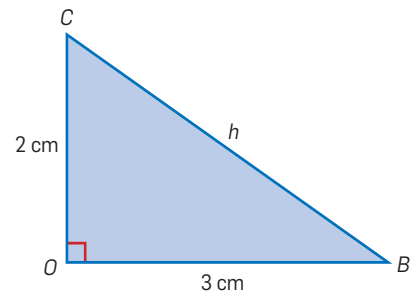
3.

3.1 A medida correta é a da opção (A).

Atendendo à figura do lado e pelo Teorema de Pitágoras, tem-se:

$h^2 = 3^2 + 2^2 = 13$ pelo que $h = \sqrt{13}$ cm.

3.2 A razão de semelhança é igual a $\frac{\overline{OD}}{\overline{OA}} = \boxed{\frac{3}{2}}$



3.3 A área da região a sombreado é igual à diferença entre a área de um quarto do círculo de raio \overline{OA} e o triângulo $[ADO]$.

Assim, a área pedida é igual a $\frac{\pi \times \overline{OA}^2}{4} - \frac{\overline{OA} \times \overline{OD}}{2} = \frac{\pi \times 2^2}{4} - \frac{2 \times 2}{2} = \pi - 2 \approx \boxed{1,1}$ cm²

4.

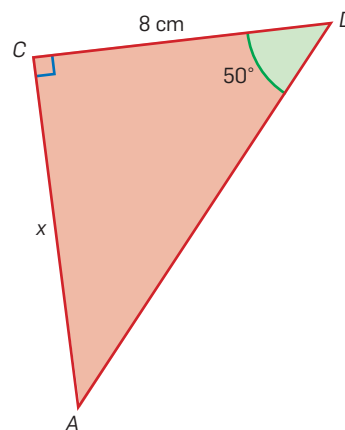
4.1 A amplitude correta é a da opção (C).

$\widehat{CAD} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ pelo que a amplitude do arco CB será igual a $2 \times 40^\circ = 80^\circ$ (pois o ângulo CAD é um ângulo inscrito na circunferência, ou seja, tem metade da amplitude de um ângulo ao centro com o mesmo arco).

4.2 Atendendo à figura do lado, tem-se:

$\text{tg} 50^\circ = \frac{\overline{CA}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow 1,19 \approx \frac{x}{8} \Leftrightarrow 1,19 \times 8 \approx x \Leftrightarrow 9,52 \approx x$

Portanto, o valor pedido é aproximadamente $\boxed{9,5}$ cm.



Caderno 2

5.

5.1 A moda das idades é o valor mais frequente, ou seja, é $\boxed{13}$ anos.

5.2 Há 60 rifas (de entre um total de 80) que podem ser premiadas. Assim, a probabilidade é igual a $\frac{60}{80} = \boxed{\frac{3}{4}}$

6. O valor correto é o da opção (C).

$$\frac{9 + 10 + 14 + k}{4} = 10 \Leftrightarrow 33 + k = 40 \Leftrightarrow k = 7$$

7. $2^{49} \times 2 = 2^{49+1} = \boxed{2^{50}}$

8. O menor número é o da opção (A).

Sabe-se que $-\pi \approx -3,14$ pelo que o menor inteiro do conjunto A é -3 .

9. $\frac{x}{10_{(1)}} + \frac{3x+1}{5_{(2)}} \geq \frac{x}{2_{(5)}} \Leftrightarrow x + 6x + 2 \geq 5x \Leftrightarrow 7x - 5x \geq -2 \Leftrightarrow 2x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{2} \Leftrightarrow x \geq -1$

Assim, o conjunto solução é $\boxed{[-1, +\infty[}$

10. A expressão correta é a da opção (D).

$$(x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$$

11.

11.1 A expressão correta é a da opção (B).

Não podem ser as opções C e D pois, como o gráfico da função g é uma reta que passa na origem do referencial, a função g é linear, logo é da forma $g(x) = ax$.

Também não pode ser a opção A já que a imagem de 2 nessa expressão é -4 (e deveria ser -8 visto que o ponto P pertence aos gráficos de f e de g e $f(2) = -2 \times 2^2 = -8$).

11.2 $-2x^2 = 4 - 3(x+1) \Leftrightarrow -2x^2 = 4 - 3x - 3 \Leftrightarrow -2x^2 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times (-2) \times (-1)}}{2 \times (-2)}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-3+1}{-4} \vee x = \frac{-3-1}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} \vee x = \frac{-4}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = 1$$

Portanto, tem-se $\boxed{CS = \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}}$

12. 1.º processo de resolução:

Como o preço da consulta é 10 euros, o Sr. Pereira pagou 8 euros pela deslocação do médico.

Assim, e tendo em conta que 40 cêntimos = 0,4 €, o Sr. Pereira percorreu $\frac{8}{0,4} = \boxed{20}$ quilómetros.

2.º processo de resolução:

Seja x o número de quilómetros percorridos pelo Sr. Pereira. Então, o preço da consulta, em euros, do médico é igual a $10 + 0,4x$.

Assim, tem-se:

$$10 + 0,4x = 18 \Leftrightarrow 0,4x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{0,4} \Leftrightarrow x = \boxed{20} \text{ quilómetros.}$$

13.

13.1 O transformado do ponto F por meio de translação associada ao vetor \vec{AB} é o ponto \boxed{G} .

13.2 A reta concorrente com o plano ABC é a reta IG , ou seja, a da opção (D).

As retas FG e EG (opções A e B) são estritamente paralelas ao plano ABC e a reta AC (opção C) está contida nesse plano.

13.3 1.º processo de resolução:

Se a pirâmide tivesse a mesma altura do prisma, o volume da pirâmide seria igual a $\frac{1}{3}$ do volume do prisma. Como a altura da pirâmide é $\frac{1}{4}$ da altura do prisma, então o volume da pirâmide é $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$ do volume do prisma, pelo que:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}}{1} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

2.º processo de resolução:

Seja h a altura do prisma. Então, a altura da pirâmide é igual a $\frac{h}{4}$. ~~Assim, tem-se:~~

Como a base da pirâmide é a mesma da do prisma, tem-se:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{3} \times \cancel{A_{\text{base}}} \times \frac{h}{4}}{\cancel{A_{\text{base}}} \times h} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

FIM