

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

2.º Período

01/02/2024

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera a sucessão (a_n) , de termo geral $a_n = \begin{cases} 10 & \text{se } n \text{ ímpar} \\ 12 & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$.

Qual das seguintes pode também designar uma expressão para (a_n) ?

- (A) $11 + (-1)^n$ (B) $9 + (-1)^{n-1}$ (C) $13 - (-1)^n$ (D) $10 \times (-1)^{n-1}$

2. Seja (b_n) a sucessão definida por $b_n = \frac{3n+1}{n+3}$.

2.1. Verifica se $\frac{20}{7}$ é um termo de (b_n) e, em caso afirmativo, indica a sua ordem.

2.2. Estuda a sucessão (b_n) quanto à monotonia.

2.3. Mostra que (b_n) é limitada e indica, se existirem, o conjunto dos majorantes e o dos minorantes de (b_n) .

3. O Ampélio quer poupar dinheiro para viajar nas próximas férias e, por isso, começou a guardar dinheiro do seguinte modo:

- na primeira semana, guardou 15 euros;
- na segunda semana, guardou 20 euros;
- na terceira semana, guardou 25 euros;
- e assim sucessivamente.

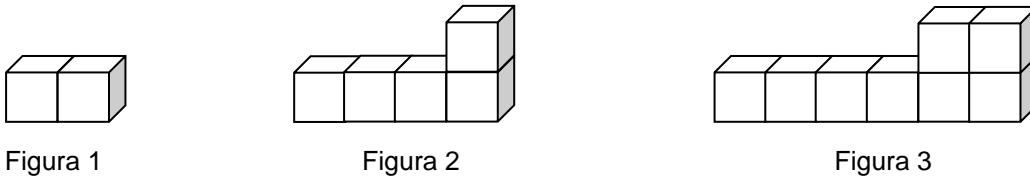
Que quantia, em euros, vai ter o Ampélio poupado ao fim de um ano?

- (A) 7540 (B) 7410 (C) 275 (D) 270



4. De uma progressão aritmética (c_n) , sabe-se que $c_3 = 5 \wedge c_{12} = -10$.
 Determina uma expressão do termo geral de (c_n) .
 Apresenta essa expressão na forma $an+b$, em que a e b são números reais.

5. Observa a sequência de figuras seguinte, onde os cubos são todos iguais.



Mantendo-se o padrão de construção, constrói-se mais algumas figuras, usando um total de 7812 cubos.
 Determina, justificando, quantos cubos terá a última figura (figura com mais cubos).

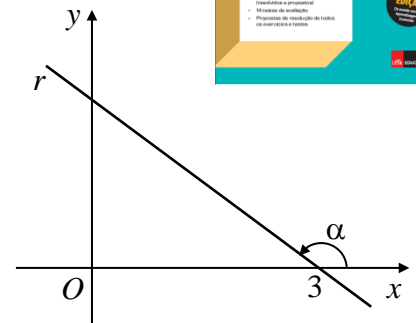
6. Sem usar a calculadora, resolve, em $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, a equação $\sin^2(2x) = \frac{1}{4}$.



7. No referencial o.n. xOy da figura, está a reta r , de inclinação α .
 Tal como essa figura sugere, a reta r interseja o eixo Ox no ponto de abscissa 3.

Sabendo que $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, qual é o valor da ordenada na origem de r ?

- (A) 2,1 (B) 2,5
 (C) $\frac{20}{9}$ (D) $\frac{9}{4}$



8. Considera, num referencial $Oxyz$, a reta s definida por $(x, y, z) = (0, 0, 1) + k(p+2, 3, 0)$, $k \in \mathbb{R}$, e o plano α , definido por $3x + p^2y = 0$, com $p \in]0, 5[$.

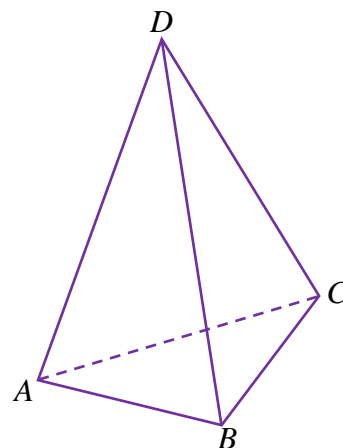
Recorrendo à calculadora gráfica, determina o valor de p para o qual s é perpendicular a α .

Na tua resposta, deves:

- apresentar uma equação que te permita resolver o problema;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- determinar o valor pedido, arredondado às centésimas.

9. Na figura ao lado, está representada a pirâmide $[ABCD]$.

- Sabe-se que, fixado um determinado referencial $Oxyz$:
- o vértice B tem coordenadas $(-2,4,-1)$;
 - o vértice C tem coordenadas $(2,3,3)$;
 - o plano ABD está definido pela equação $2x+2y+z-3=0$.



9.1. Considera o ponto P , do plano ABD , cuja ordenada é igual a 4 e a abcissa é igual à cota.

Determina o valor de $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BP}$.

9.2. Qual das seguintes equações define o plano que contém o vértice C e é paralelo ao plano ABD ?

- (A) $2x+2y+z+10=0$
- (B) $2x+2y+z-13=0$
- (C) $x+3y-8z+10=0$
- (D) $x+3y-8z-13=0$

9.3. Considera a reta r , definida por $(x, y, z) = (m, 0, 11) + k(m^2, 4m, 0)$, $k \in \mathbb{R}$, sendo m um número real.

Sem usar a calculadora, determina, se existir, o valor de m para o qual a reta r está contida no plano ABD .



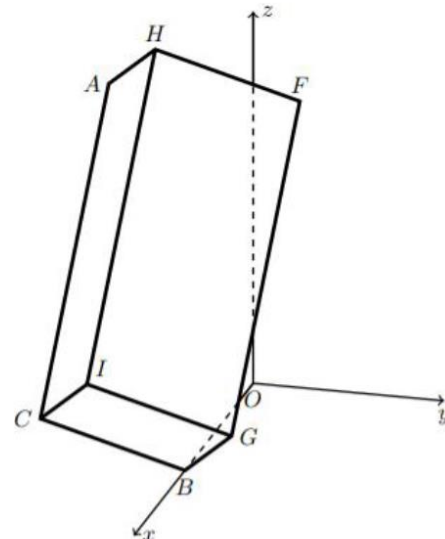
10. Considera, na figura, um referencial $Oxyz$ e nele representado o paralelepípedo retângulo $[CBGIHFDA]$ (O ponto D não se visualiza na figura).

Sabe-se que:

- o vértice A tem coordenadas $(1,-2,5)$;
- o vértice I tem coordenadas $(6,-1,2)$;
- o plano ACI está definido pela equação $x-2y+z-10=0$.

10.1. Qual das seguintes equações define a superfície esférica de diâmetro $[AI]$?

- (A) $(x-\frac{7}{2})^2 + (y+\frac{3}{2})^2 + (z-\frac{7}{2})^2 = 35$
- (B) $(x+\frac{7}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 + (z+\frac{7}{2})^2 = 35$
- (C) $(x+\frac{7}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 + (z+\frac{7}{2})^2 = \frac{35}{4}$
- (D) $(x-\frac{7}{2})^2 + (y+\frac{3}{2})^2 + (z-\frac{7}{2})^2 = \frac{35}{4}$



10.2. Sejam P o ponto de coordenadas $(-6,0,-2)$ e Q o ponto do plano ACI que se encontra mais próximo de P . Determina PQ .

Adaptado do Teste de Matemática A da SPM, 10.º ano, maio de 2021

FIM



COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	9.3.	10.1.	10.2.	
8	16	16	16	8	16	16	16	8	16	16	8	16	8	16	200

Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética (u_n) : $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

PASSATEMPO: conheces os teus colegas? No último teste, a média da turma foi 10,5. Se acertares na média deste teste, podes ganhar até 8 pontos: se a tua média estiver correta, ganhas 8 pontos, se falhares por 0,1, ganhas 6, se falhares por 0,2, ganhas 5, se falhares por 0,3 ou 0,4, ganhas 4, se falhares por 0,5 ou 0,6, ganhas 3, se falhares por 0,7 ou 0,8, ganhas 2 e se falhares por 0,9 ou 1, ganhas 1 ponto.

Indica o teu palpite para a média deste teste (com 1 c.d.):