

# 5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

3.º Período

30/05/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

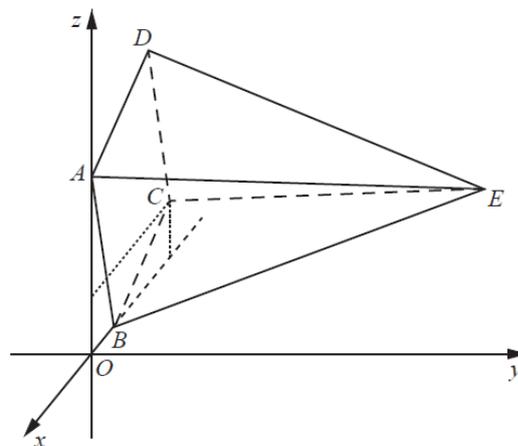
Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera a função  $f$ , de domínio  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , definida por  $f(x) = 2 \cos(3x) + x + 1$ .  
Determina a(s) abscissa(s) do(s) ponto(s) de interseção entre o gráfico de  $f$  e a bissetriz dos quadrantes ímpares.

2. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide regular de base quadrada  $[ABCD]$  e vértice  $E$ .

Sabe-se que:

- a base da pirâmide está contida no plano  $xOz$ ;
- o vértice  $A$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$  e o vértice  $B$  pertence ao semieixo negativo  $Ox$ ;
- o vértice  $E$  tem coordenadas  $(-2, 6, 2)$ ;
- o vetor  $\overrightarrow{BE}$  tem coordenadas  $(-1, 6, 2)$ .



- 2.1. Seja  $\alpha$  o plano perpendicular à reta  $BE$  e que passa no ponto de coordenadas  $(1, 0, 1)$ .

Qual das equações seguintes é uma equação do plano  $\alpha$  ?

- (A)  $-x + 6y + 2z = 0$       (B)  $x + 6y + 2z - 3 = 0$   
(C)  $x - 6y - 2z + 1 = 0$       (D)  $2x - y + 4z - 5 = 0$

- 2.2. Escreve uma condição cartesiana simplificada da esfera de diâmetro  $[BE]$ .

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, fase especial de 2021



3. Indica o conjunto dos pontos aderentes de  $P = ]-2, 2[ \cup \left\{x : x = \frac{6}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$ .

- (A)  $[-2, 2]$       (B)  $] -2, 2[ \cup ] 3, 6[$       (C)  $] -2, 2[ \cup \{3, 6\}$       (D)  $[-2, 2] \cup \{3, 6\}$

4. Considera a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , definida por  $g(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ .

4.1. Quais são as equações das assíntotas do gráfico de  $g$  ?

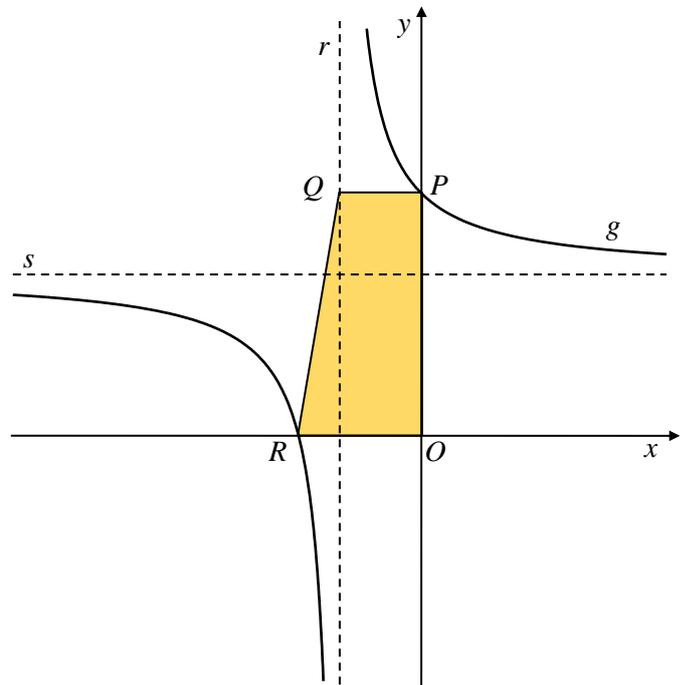
- (A)  $x = -1$  e  $y = 2$     (B)  $x = -1$  e  $y = -2$     (C)  $x = 1$  e  $y = 2$     (D)  $x = 1$  e  $y = -2$

4.2. No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão representados parte do gráfico da função  $g$ , as retas  $r$  e  $s$ , assíntotas do seu gráfico, e o trapézio  $[OPQR]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $P$  pertence ao gráfico de  $g$  e ao eixo  $Oy$ ;
- o ponto  $Q$  pertence à reta  $r$  e tem a mesma ordenada que  $P$ ;
- o ponto  $R$  pertence ao gráfico de  $g$  e ao eixo  $Ox$ .

Determina a área do trapézio  $[OPQR]$ .



4.3. Seja  $(x_n)$  a sucessão de termo geral

$$x_n = \frac{4^{2n}}{15^n}. \text{ Indica o valor de } \lim g(x_n).$$

- (A) 2                                    (B) 3  
(C)  $-\infty$                                 (D)  $+\infty$

4.4. Resolve, analiticamente, a condição seguinte.

$$g(x) \geq x + 3$$

Apresenta o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

4.5. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = x^3$ .

A equação  $(g \circ h)(x) = -6x$  tem exatamente duas soluções em  $]-1, 0]$ .

Determina, recorrendo à calculadora gráfica, essas soluções, apresentando-as arredondadas às centésimas.

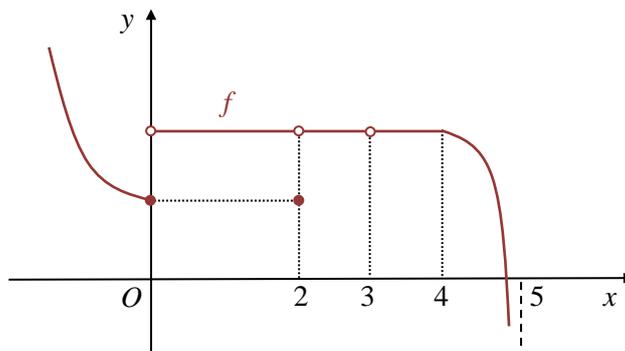
Na tua resposta, deves:

- indicar uma expressão para a função  $g \circ h$ ;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizares, devidamente identificado(s);
- apresentares os valores pedidos, arredondados às centésimas.



5. Considera, no referencial o.n.  $xOy$  da figura, parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $]-\infty, 5[ \setminus \{3\}$ .

Tal como a figura sugere, a reta de equação  $x = 5$  é a única assíntota do gráfico de  $f$ .



5.1. Considera as seguintes proposições.

- (i)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$
- (ii) Não existe  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- (iii)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

São verdadeiras as proposições:

- (A) (i) e (ii)      (B) (i) e (iii)      (C) (ii) e (iii)      (D) (i), (ii) e (iii)

5.2. Seja  $(u_n)$  uma sucessão tal que  $\lim f(u_n) = -\infty$ .

Nenhuma das expressões a seguir apresentadas representa o termo geral da sucessão  $(u_n)$ .

- |           |                      |           |
|-----------|----------------------|-----------|
| I         | II                   | III       |
| $5n^{-2}$ | $\frac{10n+6}{2n+1}$ | $4(-1)^n$ |

Elabora uma composição na qual apresente, para cada uma das expressões, uma razão pela qual essa expressão não pode ser a da sucessão  $(u_n)$ .

6. Considera a função  $f$ , de domínio  $[-\frac{5}{2}, +\infty[$ , definida por  $f(x) = \sqrt{2x+5}$ .

6.1. Resolve a equação  $f(x) = 2x + 3$ .

6.2. Considera agora a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \begin{cases} \frac{2+3x-x^3}{54-27x} & \text{se } x < 2 \\ \frac{1}{3} & \text{se } x = 2 \\ \frac{f(x)-3}{x-2} & \text{se } x > 2 \end{cases}$ .

Calcula, se existirem:

6.2.1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ;

6.2.2.  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ .

FIM



COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.1.	2.2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.1.	6.2.2.	200
17	8	17	8	8	17	8	21	17	8	16	17	17	21	