

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

2.º Período

07/02/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

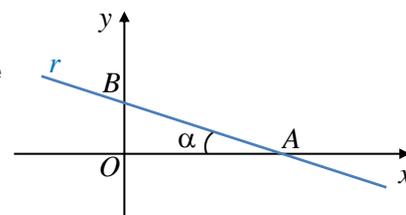
Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera a sucessão (u_n) , de termo geral $u_n = 6n + 3(-1)^n$.
Pode concluir-se que (u_n) é:
(A) limitada; (B) não monótona;
(C) estritamente crescente; (D) crescente em sentido lato.
2. Seja (a_n) a sucessão definida por $a_n = \frac{6}{2n+1} - 2$.
 - 2.1. Calcula, na forma de fração irredutível, o 13.º termo da sucessão (a_n) .
 - 2.2. Mostra que $-\frac{40}{21}$ é um termo de (a_n) e indica a sua ordem.
 - 2.3. Estuda a sucessão (a_n) quanto à monotonia.
 - 2.4. Mostra que (a_n) é limitada e indica, se existirem, o máximo e o mínimo de (a_n) .
 - 2.5. Calcula o primeiro termo da sucessão (a_n) inferior a $-1,96$.
Apresenta o resultado com seis casas decimais.
3. Sejam a um número real e (v_n) a sucessão definida por
$$\begin{cases} v_1 = a \\ v_{n+1} = \sqrt{v_n + 16}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Sabendo que o terceiro termo de (v_n) é 5, qual é o valor de a ?
(A) $\sqrt{41}$ (B) $\sqrt{21}$ (C) 65 (D) 9



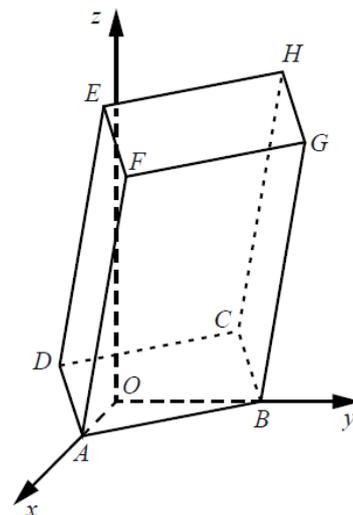
4. No referencial o.n. xOy ao lado, está representada a reta r .
 Tal como é sugerido pela figura, a reta intersecta o eixo Ox no ponto A de abcissa positiva e o eixo Oy no ponto B de ordenada positiva.
 Seja α a amplitude do ângulo BAO .
 Sabendo que $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$, qual pode ser a equação reduzida da reta r ?



- (A) $y = -\frac{1}{10}x + 3$ (B) $y = -\frac{1}{3}x + 2$ (C) $y = \frac{\sqrt{10}}{5}x + 4$ (D) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 5$

Podes resolver o item 5.4. ou o item 6.1.

5. Na figura junta, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.
 Sabe-se que:
- o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy ;
 - as coordenadas do vértice G são $(6, 10, 13)$;
 - o plano ABC é definido pela equação $6x + 4y + 13z - 24 = 0$.



- 5.1. Qual das equações seguintes pode definir a reta BG ?

- (A) $(x, y, z) = (6, 0, 0) + k(6, 4, 13), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = (12, 14, 26) + k(6, 4, 13), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (12, 14, 26) + k(0, 13, -4), k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y, z) = (6, 10, 13) + k(0, 13, -4), k \in \mathbb{R}$

- 5.2. Determina, na forma $ax + by + cz + d = 0$, uma equação do plano EFG .

- 5.3. Para um certo valor de p , o vetor $\vec{u}(2 - p, \frac{4p}{13}, p)$ é diretor da reta DE .
 Determina o valor de p .

- 5.4. Seja P o ponto de coordenadas $(8, 7, 13)$.

Determina as coordenadas do ponto do plano ABC que se encontra mais próximo do ponto P .

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2021

Podes resolver o item 6.1. ou o item 5.4.

6. Considera a pirâmide quadrangular $[ABCDV]$ da figura junta, representado num referencial o.n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao eixo Ox ;
- as coordenadas do vértice V são $(3, 7, 3)$;
- $\vec{AB} = (0, 0, 6)$;
- $\vec{AC} = (6, 8, 6)$.

- 6.1. Escreve uma equação vetorial da reta que passa no vértice V e é perpendicular ao plano ABC .

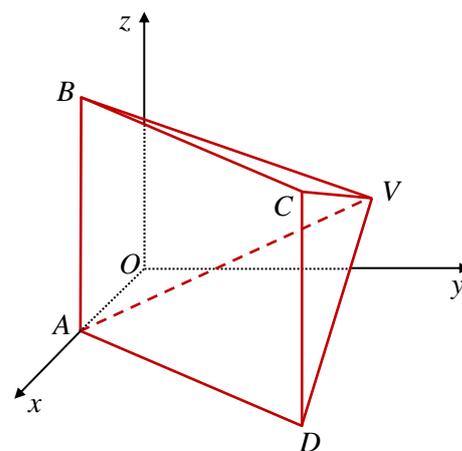
Sugestão: Começa por determinar um vetor diretor dessa reta e nota que ele é perpendicular aos vetores \vec{AB} e \vec{AC} .

- 6.2. Dado o ponto $P(-3, 0, 2)$, escreve uma equação cartesiana simplificada da superfície esférica de diâmetro $[VP]$.

- 6.3. Para um certo número real não nulo k , o vetor $\vec{u}(0, 3k, 2k + 1)$ é perpendicular ao vetor \vec{AC} .

Qual é o valor de k ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{6}$



6.4. Considera agora o ponto Q , de abcissa x .

Sabe-se que:

- a ordenada de Q é -1 ;
- a cota de Q é igual ao cubo da sua abcissa;
- os vetores \overrightarrow{OQ} e \overrightarrow{AC} são perpendiculares.

Determina a abcissa do ponto Q , recorrendo à calculadora gráfica.

Na tua resposta:

- equaciona o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-1, 2]$ e $y \in [-5, 5]$);
- apresenta a abcissa do ponto Q arredondada às centésimas.

7. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, o ponto $A(4, 1, 0)$ e o plano α definido pela equação $x - 3z + 2 = 0$. Sabendo que α é o plano mediador do segmento de reta $[AB]$, determina as coordenadas do ponto B .

FIM



COTAÇÕES

Item																	
Cotação (em pontos)																	
1.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	7.	216
8	9	13	16	16	16	8	8	8	16	13	16	16	16	8	13	16	