



www.esffranco.edu.pt

(2022/2023)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 4

1.º Período

31/10/2022

Duração: 100 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

O professor: _____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere os subconjuntos A , B e C num universo U .

Sabendo que A e B são disjuntos, pode concluir-se que $(A \cap C) \cup \overline{(B \cup \overline{C})}$ é igual a:

(A) \emptyset

(B) U

(C) $A \cup \overline{C}$

(D) $C \cap \overline{B}$

2. Duas linhas consecutivas do triângulo de Pascal têm um total de 41 elementos.

Considerando a linha com mais elementos, a que é igual a soma de todos eles?

(A) 1 048 576

(B) 2 097 152

(C) 262 144

(D) 524 288

3. Considere o desenvolvimento de $(2 + \sqrt{x})^{14}$, com $x \geq 0$.

Determine, justificando, o termo em x^6 .

4. São dados os algarismos de 0 a 9.

4.1. Quantos números de três algarismos existem de modo que sejam inferiores a 720?

(A) 744

(B) 755

(C) 620

(D) 631

4.2. Considere todos os números de seis algarismos.

Sabe-se que alguns deles têm, no máximo, um algarismo par.

Quantos são esses números?

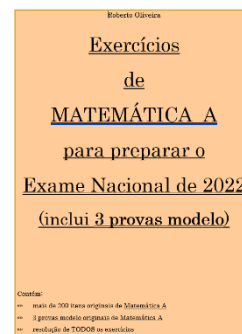
Uma resposta para este problema é $2 \times 5^6 + 24 \times 5^5$.

Elabore uma pequena composição na qual explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

4.3. Considere agora todos os números pares de sete algarismos.

Ao escolher um ao acaso, qual é a probabilidade desse número ter exatamente dois algarismos iguais a 0?

Apresente o resultado na forma de dízima, com duas casas decimais.



5. A Seleção Nacional de futebol feminino vai disputar um *play-off* intercontinental, em fevereiro de 2023, na Nova Zelândia (para tentar se apurar para o Mundial-2023).

5.1. Suponha que, para um jogo particular, vão ser convocadas 3 guarda-redes, 8 defesas, 6 médias e 6 avançadas.

As jogadoras vão posar para uma fotografia, em três filas: na fila de trás ficarão 9 jogadoras, na fila do meio estarão 6 e na da frente as restantes 8.

De quantas maneiras se podem dispor as jogadoras se as guarda-redes ficarem na fila de trás e as defesas na fila da frente?

Apresente o resultado na forma $a \times 10^n$, com a arredondado às milésimas e $n \in \mathbb{N}$.



5.2. Para começar de início o jogo particular, o selecionador escolheu 11 jogadoras, sendo 4 do Sporting.

5.2.1. De quantas maneiras pode ele escolher as jogadoras de início se utilizar 1 guarda-redes e 4 defesas, juntamente com 4 médias e 2 avançadas ou 3 médias e 3 avançadas?

5.2.2. Um pouco antes do jogo, as 11 jogadoras vão ficar lado a lado, para uma outra fotografia.

Qual é a probabilidade de não haver jogadoras do Sporting juntas?

- (A) $\frac{5}{66}$ (B) $\frac{5}{33}$ (C) $\frac{7}{33}$ (D) $\frac{7}{66}$



6. Uma empresa tem centenas de funcionários a seu cargo.

6.1. De entre um grupo de 20 funcionários, vai ser criada uma comissão com 8 elementos.

De quantas maneiras se pode criar essa comissão se houver um diretor e um vice-diretor?

6.2. Um grupo de trabalho de 10 pessoas vai reunir-se com vista a discutir o próximo almoço anual da empresa: nessa reunião, vão participar 2 chefes de departamento (escolhidos de entre 5), 2 representantes da zona norte, 2 representantes da zona sul, 2 da zona oeste e 2 da zona este.

As 10 pessoas vão sentar-se numa mesa com duas cadeiras nas cabeceiras e quatro cadeiras em cada um dos outros lados.

6.2.1. De quantas maneiras se podem sentar essas 10 pessoas se os chefes de departamento ficarem nas cabeceiras e os representantes de cada zona ficarem juntos?

6.2.2. Admita que, no início de uma reunião, os 2 chefes de departamento já se sentaram nas cabeceiras. Os outros 8 intervenientes preparam-se também para se sentar.

O Germínio e a Pamela são casados e são dois dos representantes das zonas.

Determine a probabilidade de eles se sentarem em frente um do outro.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



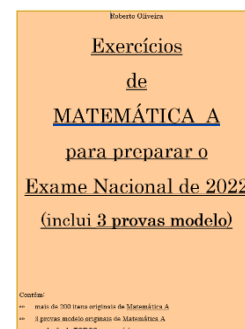
6.3. Sobre os funcionários da empresa, sabe-se que:

- 20% são engenheiros;
- 40% são mulheres;
- 80% dos engenheiros são homens.

Escolhe-se uma funcionária qualquer da empresa.

Determine a probabilidade de ela não ser engenheira.

Apresente o resultado na forma de percentagem.



7. Sobre a frota automóvel de um departamento do governo, foi possível concluir que:

- 70% dos veículos são automóveis (e os restantes são carrinhas);
- $\frac{1}{5}$ dos automóveis encontram-se avariados;
- $\frac{1}{4}$ das carrinhas encontram-se avariadas.

Ao escolher um qualquer veículo da frota sem problemas mecânicos, qual é a probabilidade de esse veículo ser uma carrinha?

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

8. Seja Ω , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma dada experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) onde se sabe que $P(A) = 2P(A \cap B) \neq 0$.

8.1. Qual é o valor de $P(B|A)$?

- (A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7

8.2. Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 0,8$;
- $P(A \cap B) = 0,2$.

Calcule $P(A \cup \bar{B})$.

Apresente o resultado na forma de dízima.

9. Resolva, em \mathbb{N} , a equação ${}^{n+4}A_5 = 1632 \times {}^{n+2}C_3$.

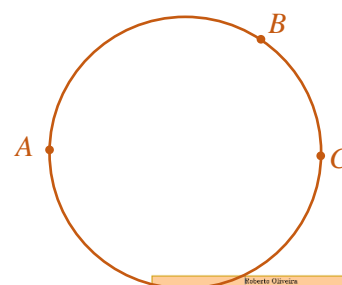
10. Considere uma circunferência onde se assinalam n pontos distintos, sendo três deles os pontos A , B e C .

Escolhe-se, ao acaso, um quadrilátero que é possível definir com esses pontos.

Sabe-se que o quadrilátero contém o ponto A .

Mostre que a probabilidade de também os pontos B e C pertencerem ao quadrilátero é dada por

$$\frac{6}{n^2 - 3n + 2}$$



FIM

COTAÇÕES

Item																		
Cotação (em pontos)																		
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	5.1.	5.2.1.	5.2.2.	6.1.	6.2.1.	6.2.2.	6.3.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.	200
8	8	13	8	13	13	10	10	8	10	10	13	13	13	8	13	13	16	

Roberto Oliveira
Exercícios
 de
MATEMÁTICA A
 para preparar o
Exame Nacional de 2022
 (inclui 3 provas modelo)