



[www.esfranco.edu.pt](http://www.esfranco.edu.pt)

(2021/2022)

2.º Período

10/02/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Em relação ao cone reto da figura, sabe-se que:

- a geratriz mede  $\sqrt{15}$  cm ;
- o raio da base mede  $\sqrt{3}$  cm .

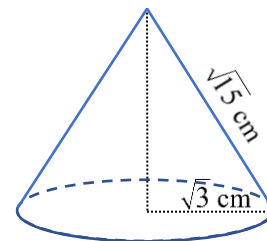
Quanto mede, em centímetros cúbicos, o volume do cone?

(A)  $2\pi\sqrt{3}$

(B)  $4\pi\sqrt{3}$

(C)  $3\pi\sqrt{2}$

(D)  $9\pi\sqrt{2}$



Podes resolver o item 2.3. ou o item 4.4.1.

2. Considera, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  definida por  $(x, y) = (-4, 0) + k(-9, 6), k \in \mathbb{R}$ .

2.1. Sabendo que o ponto de abcissa 32 pertence à reta  $r$ , determina a sua ordenada.

2.2. Qual é a equação reduzida da reta  $r$  ?

(A)  $y = -\frac{2}{3}x - 4$

(B)  $y = \frac{3}{2}x - 4$

(C)  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$

(D)  $y = \frac{3}{2}x - \frac{8}{3}$

2.3. A reta  $r$  intersesta a bissetriz dos quadrantes pares num ponto. Determina as coordenadas desse ponto.

2.4. Sabe-se que a reta  $s$ , definida por  $(p+2)x - 2y + 1 = 0$ , é paralela à reta  $r$ . Qual é o valor de  $p$  ?

(A)  $\frac{15}{2}$

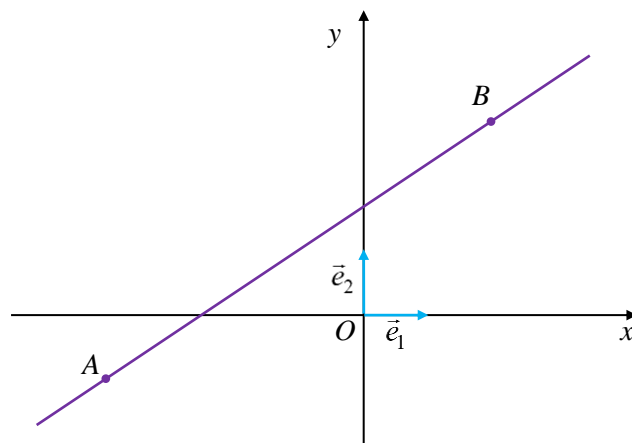
(B)  $\frac{21}{2}$

(C)  $-\frac{5}{3}$

(D)  $-\frac{10}{3}$



3. Considera, no referencial o.n.  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  da figura, a reta  $AB$ , com  $A(-4,-1)$  e  $B(2,3)$ .



3.1. Justifica que  $\vec{u}(3,2)$  é um vetor diretor da reta  $AB$  e escreve uma equação vetorial de  $AB$ .

3.2. Sabe-se que, para um certo valor de  $a$ , são colineares os vetores  $\vec{v}(a, 2a+1)$  e  $\vec{u}$ .  
Determina o valor de  $a$ .

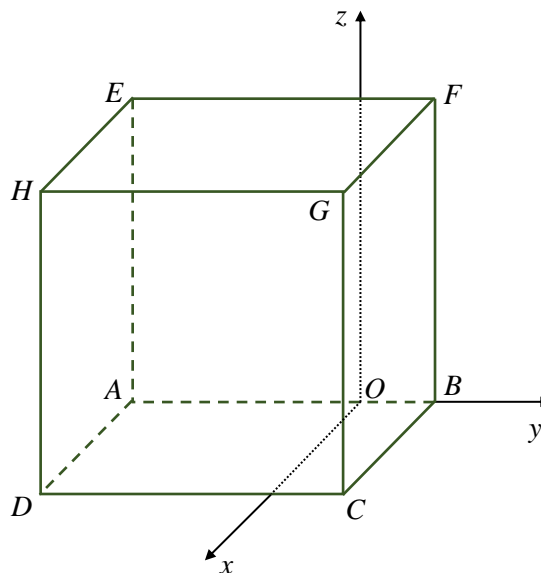
3.3. Considera agora o vetor  $\vec{w}$ , colinear a  $\vec{u}$  e tal que  $\|\vec{w}\| = \frac{\sqrt{13}}{3}$ .  
Determina as coordenadas de  $\vec{w}$  se ambos os vetores tiverem o mesmo sentido.

Podes resolver o item 4.4.1. ou o item 2.3.

4. Considera, no referencial o.n.  $Oxyz$  da figura, o cubo  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$ ;
- os vértices  $A$  e  $B$  pertencem ao eixo  $Oy$ ;
- o vértice  $C$  tem ordenada positiva;
- o vértice  $D$  tem coordenadas  $(4, -3, 0)$ .



4.1. Considera as proposições seguintes.

- (i) O plano  $ABF$  está definido por  $y = -3$ .
- (ii) O plano  $EFG$  está definido por  $z = 4$ .
- (iii) A reta  $DH$  está definida por  $x = 4 \wedge y = -3$ .

São verdadeiras as proposições:

- (A) (i) e (ii);                      (B) (ii) e (iii);
- (C) (i) e (iii);                    (D) todas.

4.2. Calcula o comprimento da diagonal espacial do cubo.

4.3. Determina uma equação cartesiana reduzida da superfície esférica de centro no vértice  $G$  e que passa no vértice  $B$ .

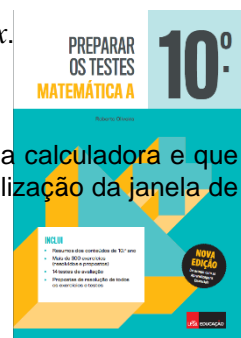
4.4. Considera o plano mediador do segmento  $[DF]$ .

4.4.1. Mostra que  $x - y - z - 1 = 0$  é uma equação cartesiana desse plano mediador.

4.4.2. Seja  $S$  um ponto pertencente ao plano mediador do segmento  $[DF]$  e ao plano  $xOy$  e tal que a sua ordenada é igual ao cubo da sua abcissa  $x$ .

Sabendo que  $S$  é único, determina, recorrendo à calculadora gráfica, o valor de  $x$ .  
Na tua resposta:

- equaciona o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permita(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que  $x \in [-2, 2]$  e  $y \in [-3, 3]$ );
- apresenta o valor de  $x$  com três casas decimais.



5. Considera, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a esfera, de centro  $C$ , definida por  $x^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 \leq 3$ .
- 5.1. Sabe-se que  $C$  é o ponto médio do segmento  $[AB]$ , com  $A(8,4,0)$ .  
Quais são as coordenadas de  $B$  ?  
(A)  $(8, -6, 4)$       (B)  $(-8, 6, -4)$       (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 1)$       (D)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -1)$
- 5.2. Determina as equações dos planos paralelos ao plano  $xOy$  e tangentes à esfera.
- 5.3. Sabe-se que existe um plano, paralelo ao plano  $xOz$ , e tal que intersesta a esfera segundo um círculo de área igual a  $\frac{3\pi}{4}$ .  
Sabendo que o centro desse círculo tem ordenada superior a 5, determina a equação desse plano.

FIM

COTAÇÕES



Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.1.	4.4.2.	5.1.	5.2.	5.3.	218
8	18	8	18	8	12	14	18	8	14	18	18	18	8	12	18	