

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 18

1.º Período

03/11/2021

Duração: 100 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

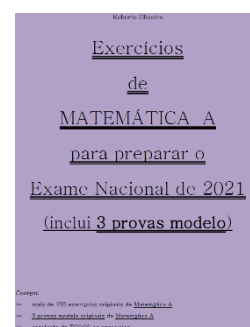
--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

- Sejam A e B subconjuntos num universo U .
Pode concluir-se que $\overline{A \cup B} \cap (A \cup \overline{A})$ é igual a:
(A) \emptyset (B) U (C) $B \setminus A$ (D) $A \setminus B$
- A soma de todos os elementos de duas linhas consecutivas do triângulo de Pascal é igual a 196 608.
No conjunto dessas duas linhas, qual é o maior elemento?
(A) 12 870 (B) 24 310 (C) 48 620 (D) 237 336
- Considere o desenvolvimento de $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{13}$, onde $x \neq 0$.
Sabe-se que uma das parcelas desse desenvolvimento é igual a $\frac{k}{x}$.
Determine, justificando, o valor de k .



4. Uma turma de uma escola primária é composta por 18 alunos, 10 meninas e 8 meninos.
- 4.1. Vão ser escolhidos 6 alunos da turma para uma peça de teatro.
- 4.1.1. Quantas são as escolhas se houver pelo menos um menino escolhido?
- 4.1.2. Suponha que, para a peça de teatro, um dos alunos será o leão, outro o elefante, outro a girafa e os restantes três serão figurantes.
Quantas são as escolhas possíveis?
- 4.2. Admita agora que 4 meninos e n meninas ($n > 4$) acabaram de representar uma outra peça de teatro e preparam-se para agradecer ao público, ficando lado a lado no palco.
Sabe-se que existem 121 927 680 maneiras distintas de não haver meninos juntos no agradecimento.
Qual é o valor de n ?
- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8

5. 5.1. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis desse espaço tais que $P(\bar{A} \cap B) = P(A)$.
Mostre que $P(A \cup B) = 2P(A)$.

- 5.2. O Abílio Zeferino gosta de almoçar e/ou jantar em casa da namorada.
Durante um mês, o Abílio Zeferino sabe que:
- o número de dias em que ele almoça em casa da namorada é igual ao número de dias em que ele não almoça mas janta lá;
 - em 40% dos dias, ele janta em casa da namorada;
 - em 10% dos dias, ele almoça e janta em casa da namorada;
- Escolhe-se, ao acaso, um dos dias desse mês.

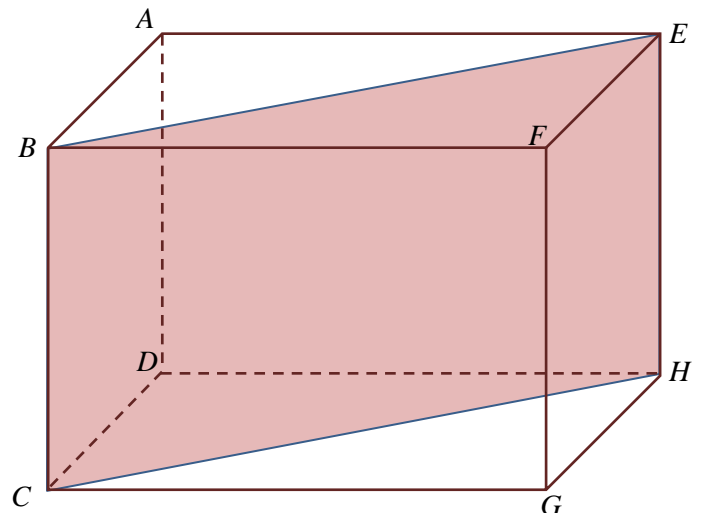
Determine a probabilidade de o Abílio Zeferino almoçar ou jantar em casa da namorada nesse dia.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 5.1.. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.

Roberto Oliveira
Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de 2021
(inclui 3 provas modelo)

Contém:
- mais de 700 exercícios resolvidos de Matemática A
- 3 exames modelo resolvidos de Matemática A
- resolução de 7000+ exercícios

6. Na figura, está representado o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.
- 6.1. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices distintos desse prisma.
Determine a probabilidade de a reta por eles definida não conterem uma aresta do prisma.
- 6.2. Escolhem-se agora, também ao acaso, três vértices distintos desse prisma.
Determine a probabilidade de o plano por eles definido conter o retângulo $[BCHE]$.



7. O Adélio adora *macarons*.



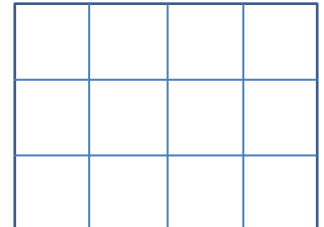
7.1. Num certo dia, ele prepara-se para comer 6 *macarons*, um de cada vez.

Sabe-se que um dos *macarons* é de chocolate negro, outro é de chocolate de leite e os quatro restantes são de quatro frutas diferentes.

De quantas maneiras distintas pode o Adélio comer os 6 *macarons*, se começar e acabar com um *macaron* de chocolate?

- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

7.2. Após um jantar em sua casa, o Adélio vai guardar os restantes *macarons* num recipiente: são 6 *macarons* de chocolate (indistinguíveis entre si) e 3 *macarons* de frutas (ananás, banana e cereja), para serem guardados em 12 compartimentos, um *macaron* por cada compartimento.



Admita que o Adélio vai colocar os 9 *macarons* nos 12 compartimentos, ao acaso. Determine a probabilidade de os *macarons* de chocolate ficarem em duas filas verticais.

Apresente o resultado na forma de dízima, com quatro casas decimais.

7.3. Num outro dia, o Adélio vai guardar 6 *macarons* de chocolate (indistinguíveis entre si) em 3 caixas diferentes, para oferecer aos seus três melhores amigos.

Sabendo que tem de haver pelo menos um *macaron* em cada caixa, determine a probabilidade de todas as caixas ficarem com o mesmo número de *macarons*.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

8. A empresa de *rent-a-car* PASSEIO tem vários automóveis na sua frota.



8.1. As matrículas dos automóveis da PASSEIO são da forma “dois algarismos-duas letras-dois algarismos”, como se pode ver no exemplo ao lado.



Admitindo que se podem usar as 26 letras do alfabeto, indique quantas matrículas se conseguem fazer nas condições anteriores, sabendo que:

- existe apenas uma letra P;
- os algarismos são todos diferentes;
- o produto dos quatro algarismos é um número par.

(A) $50 \left({}^{10}A_4 - {}^5A_4 \right)$ (B) $25 \left({}^{10}A_4 - {}^5A_4 \right)$

(C) $50 \times {}^{10}A_4$ (D) $25 \times {}^{10}A_4$

8.2. Considere o problema seguinte.

No estacionamento da empresa, há 11 lugares vagos, lado a lado, para colocar 11 automóveis, sendo 5 SUV. Ao colocar os 11 automóveis ao acaso nos lugares, qual é a probabilidade de os SUV ficarem todos do lado esquerdo?

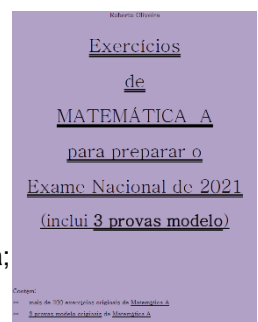
Apresentam-se, em seguida, duas respostas.

Resposta I: $\frac{1}{{}^{11}C_5}$

Resposta II: $\frac{2 \times 5! \times 6!}{11!}$

Apenas uma das respostas está correta. Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique o raciocínio que conduz à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão da resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração.



9. A Jardelina tem n cães ($n > 2$) e gosta de levar a passear apenas 2 desses cães, usando uma coleira amarela e outra vermelha (uma para cada cão).

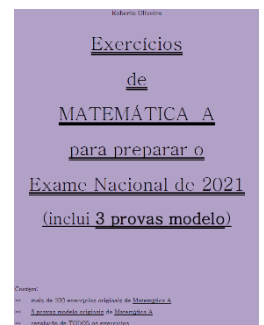
Curiosamente, a Jardelina tem um cão e uma cadela que gostam de estar sempre juntos (ou ambos em casa ou ambos a passear).

Sabendo que existem 112 maneiras distintas de levar dois dos cães a passear nas condições anteriores, determine o valor de n .

10. Resolva, em $\mathbb{N}\{1,2\}$, a equação $\frac{{}^{n+1}A_4}{{}^nC_2} = 680$.

FIM

COTAÇÕES



Item																	
Cotação (em pontos)																	
1.	2.	3.	4.1.1.	4.1.2.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	7.3.	8.1.	8.2.	9.	10.	200
8	8	16	9	9	8	13	13	13	13	8	13	13	8	16	16	16	200