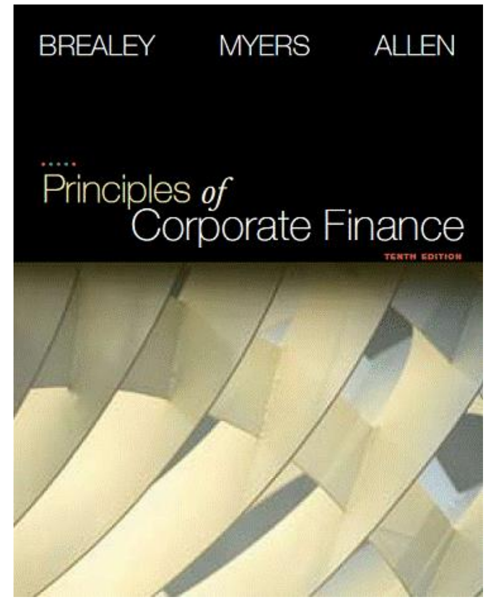
Chapter 2

How to Calculate Present Values

Part I

Principles of Corporate Finance

Tenth Edition



Slides by Matthew Will

Juro simples (simple interest) e Juro composto (compound interest)

Suponham que recebem 1.000 euros e os pretendem depositar no banco.

Podem:

(i) deixar na conta só o montante inicial, levantando os juros todos os anos;

(ii) depositá-los numa conta a prazo em que os juros vencidos ficam a acumular nessa conta gerando mais juros.

Vejamos as duas possibilidades:

Juro simples (simple interest) e Juro composto (compound interest)

Juro simples

Capital ou depósito inicial (C_0) = 1000; taxa de juro (r)= 2%

Período	0	1	2	3	…	n
	-1000	20	20	20	…	1020
	$-C_0$	$r\ C_0$	$r\ C_0$	$r\ C_0$	…	rC_0+C_0 $=(1+r)C_0$

Juro simples (simple interest) e Juro composto (compound interest)

Juro composto

Capital ou depósito inicial (C_0) = 1000; taxa de juro (r)= 2%

Período	0	1	2	3	…	n
	-1000	0	0	0	…	$1000 (1+0,02)^n$
	$-C_0$	0	0	0	…	$C_0 (1+r)^n$

Exercício

Qual o juro acumulado por um capital de €10 000 em 3 anos, nos casos de juro simples e de juro composto, para uma taxa de juro anual de 6%?

$C_0 = 10000$

j. simples $J_1 = 0.06*10000 = 600 = J_2 = J_3$

Juro Acum $\cong 3*600 = 1800$

j. composto Juro Acum $= C_3 - C_0 =$

$= 10000\,(1.06)^3 - 10000 = 1910.16$

Taxas nominais (correntes) e taxas reais (nominal vs real rates)

Preferem 1000€ hoje ou daqui a um ano?

Daqui a um ano pode comprar-se o mesmo que se compra hoje com os 1.000 euros?

valor nominal
valor real

Uma taxa real exclui o efeito de passagem do tempo (ex. erosão monetária, inflação) - variação a preços constantes
Uma taxa nominal inclui o efeito de passagem do tempo (ex. erosão monetária, inflação) – variação a preços correntes

Taxas nominais e taxas reais (nominal vs real rates)

Se a taxa anual de inflação for 1,5%, qual o valor real dos 1.000€ recebidos daqui a 1 ano?

Resposta: 1.000€/ (1 + 0,015) = 985,22€

Demonstração: Uma coisa que custe hoje 985,22€, custa daqui a um ano 985,22 x 1,015 = 1.000€

Taxas nominais e taxas reais (nominal vs real rates)

Como converter taxas nominais em reais (e vice-versa)?

(1 + taxa nominal) = (1 + taxa real) (1+ taxa inflação)

De forma aproximada:

$$\text{taxa nominal} \cong \text{taxa real} + \text{tx inflação}$$

Taxas nominais e taxas reais (nominal vs real rates)

Se 2% é a taxa de juro nominal (tn), a preços correntes, qual será a taxa de juro real (tr), dado que a taxa de inflação (ti) é de 1,5 %?

Resposta:

Se (1+0,02) = (1+0,015) x (1+tr),

então tr = (1+tn)/(1+ti)-1 = 1,02/1,015-1= 0,492%.

Aproximadamente tr = tn – ti = 2% - 1,5% = 0,5%

Taxas equivalentes (equivalent/effective rates) e taxas proporcionais (proportional interest rates)

Duas taxas de juro, aplicadas a períodos distintos de capitalização dizem-se <u>equivalentes</u>, se aplicadas a iguais capitais, produzem o mesmo rendimento em igual tempo.

$\Leftrightarrow$ originam o mesmo capital acumulado

$$\boxed{(1 + r_m)^m = 1 + r}$$

r - taxa correspondente a um período

r_m – taxa correspondente a 1/m desse período

Taxas equivalentes (equivalent/effective rates) e taxas proporcionais (proportional interest rates)

Quando entre duas taxas de juro, correspondentes a diferentes períodos, existe a mesma relação que entre os seus períodos, diz-se que são proporcionais.

Se r = taxa anual,
a taxa proporcional para $1/m$ do ano é

$$r_m = r/m$$

Taxas equivalentes (equivalent/effective rates) e taxas proporcionais (proportional interest rates)

Em regime de capitalização simples, as taxas proporcionais são equivalentes.

Ex:

Calcule a taxa trimestral proporcional à taxa anual de 12%.

$r_t = 0{,}12/4 = 0{,}03 = 3\%$

Taxas equivalentes (equivalent/effective rates) e taxas proporcionais (proportional interest rates)

Em regime de capitalização composta, as taxas proporcionais não são equivalentes.

Ex:
Calcule a taxa trimestral equivalente à taxa anual de 12%.

$(1 + r_t)^4 = 1+0,12$ $\qquad$ $r_t = 2,87\%$

Taxas efectivas e taxas nominais (ou declaradas)

A taxa correspondente ao período de capitalização é a taxa efectiva.

Entre duas taxas equivalentes, se uma é efectiva, a outra também será, porque é equivalente.

Entre duas taxas proporcionais, apenas uma é efectiva: aquela que se refere ao período de capitalização. A outra é uma taxa nominal ou declarada.

Exercício

Um capital de 500€ é colocado, em regime de capitalização composta, à taxa anual de 16%. Qual o capital final sabendo que a capitalização se processa mensalmente durante 15 anos?

a) Admita que 16% é a taxa efectiva
b) Admita que 16% é a taxa nominal

Resposta:

a) Se 16% é efectiva, então é equivalente à taxa mensal efectiva. Assim, é indiferente aplicar a 16% ao ano, durante 15 anos, ou aplicar a r_m efectiva, durante 180 meses.

$C = 500(1{,}16)^{15} = 4632{,}76€$

b) Se 16% é nominal, então a taxa mensal proporcional é efectiva.

$r_m = 16\%/12 = 0{,}0133$

$C = 500(1{,}0133)^{180} = 5392{,}84€$

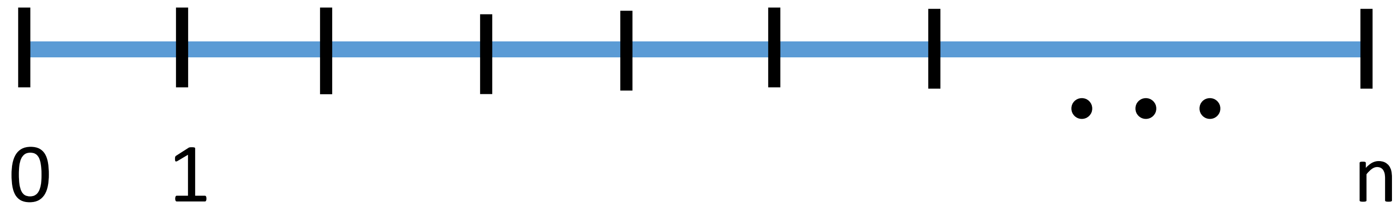
Valor actual e Valor futuro

Valor actual

Valor à data de hoje de um cash flow futuro

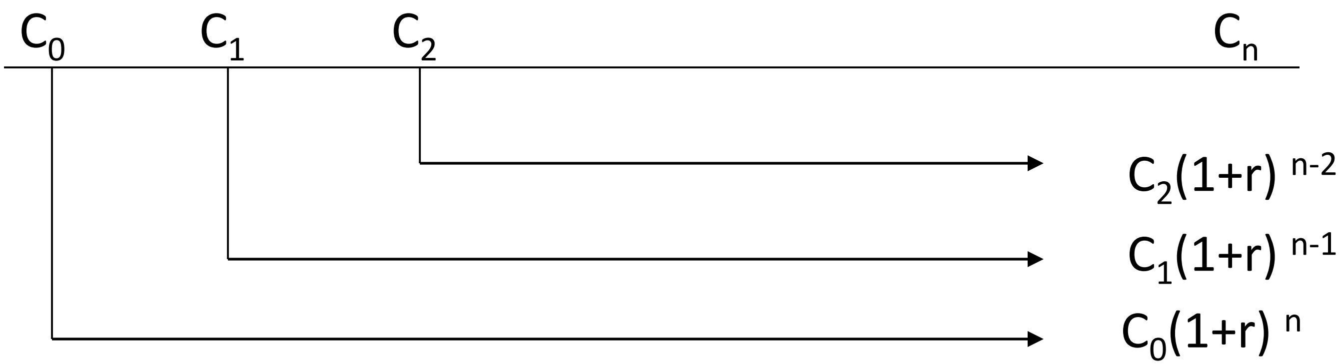
Valor futuro

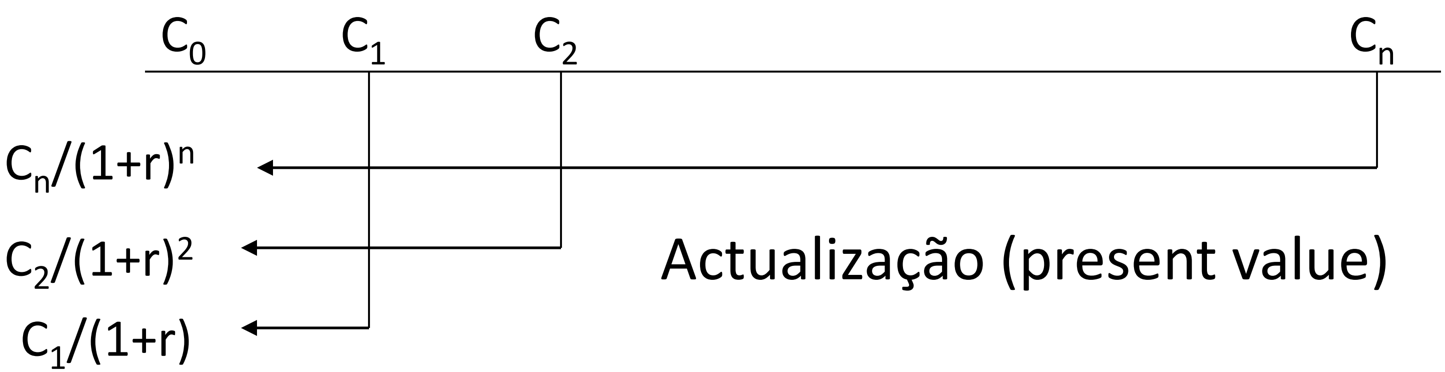
Valor até ao qual um investimento vai crescer após receber juro



Valor actual e Valor futuro (juro composto – compound interest)

Capitalização (future value)





Actualização (present value)

Valor futuro (Juro composto – compound interest)

Qual o valor futuro de (FV) de €100?

$$FV = €100 \times (1 + r)^t$$

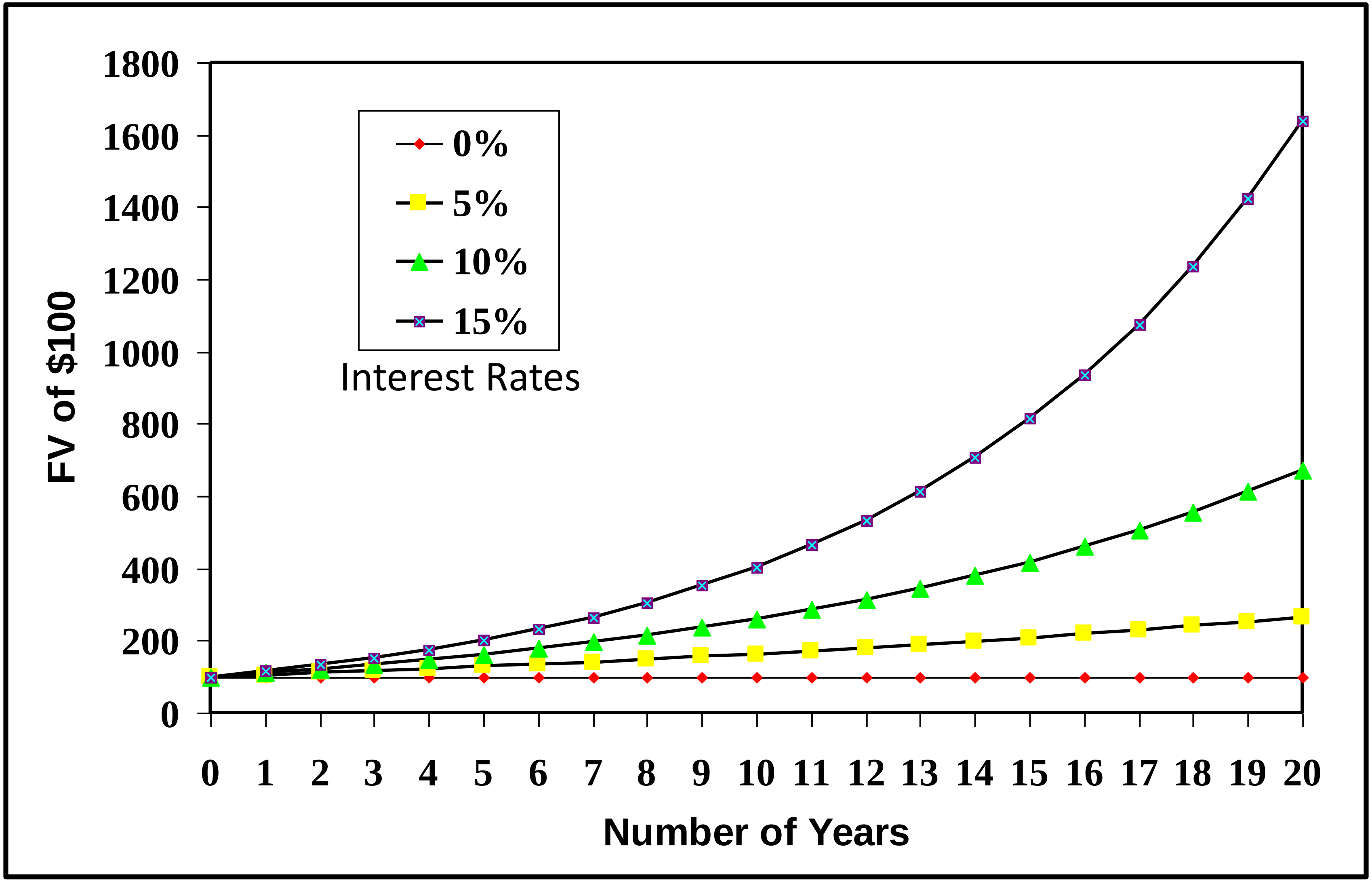
Exemplo: Valor futuro

$$\boxed{FV = €100 \times (1+r)^t}$$

Qual o valor futuro de €100 se o juro é composto e capitaliza anualmente à taxa de 7% durante t anos?

t = 1	FV = $100*(1.07)=107.00
t = 2	FV = $100*(1.07)(1.07)=$100*(1.07)^2=114.49
t = 5	FV = $100*(1.07)^5=140.26
t = 20	FV = $100*(1.07)^{20}=386.97

Valor futuro com juros compostos



Valor actual

Valor actual = PV

Qual o valor actual de €107 recebidos daqui a 1 ano, se forem descontados a uma taxa anual de 7%?

$$PV = \frac{€107}{1.07} = €100$$

Valor actual

PV = factor de desconto * C_t

Factor de desconto = DF = PV of €1

$$DF = \frac{1}{(1+r)^t}$$

Os factores de desconto podem ser usados para calcular o valor actual de qualquer cash flow.
Com o exemplo anterior:

$$PV = DF_2 \times C_2$$

$$PV = \frac{1}{(1+.07)^2} \times 114.49 = 100$$

Valor actual com juros compostos