Novo Espaço – Matemática A 11.º ano

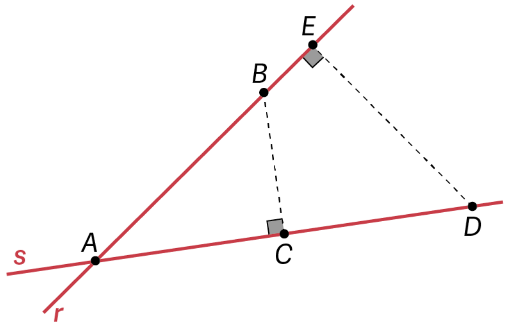
Proposta de teste de avaliação [janeiro – 2023]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Em relação à figura, sabe-se que:

- o ponto *A* é o ponto de interseção das retas *r* e *s;*
- os pontos *B* e *E* pertencem à reta *r*;
- os pontos *C* e *D* pertencem à reta *s*;
- o ponto *C* é a projeção ortogonal do ponto *B* sobre a reta *s*;
- o ponto *E* é a projeção ortogonal do ponto *D* sobre a reta *r*.



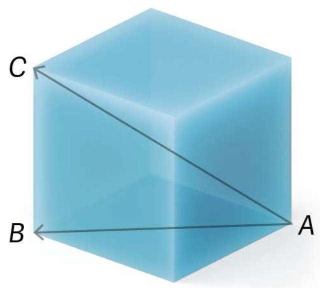
Indica se as seguintes afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F).

Afirmação	V (Verdadeira)	F (Falsa)
A. Se $\overline{AC} = 5$, então $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$		
B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$		
C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$		
D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} > 0$		

2. Na figura está representado um cubo, no qual foram assinalados três dos seus vértices, *A*, *B* e *C*.

Fixada uma unidade de medida de comprimento, sabe-se que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

Qual das seguintes opções representa o volume do cubo?



(A) 12 **(B)** $12\sqrt{2}$

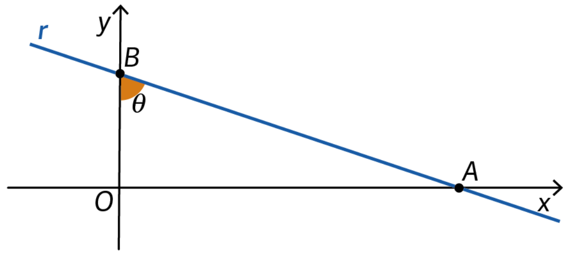
(C) 8 **(D)** $2\sqrt{2}$

3. Na figura, em referencial o.n. Oxy, está representada uma reta r.

Seja θ a amplitude, em graus, do ângulo OBA.

Sabe-se que a reta r é paralela à reta definida pela equação:

$$(x,y)=(-1,3)+k(3,-1),\ k\in\mathbb{R}$$



3.1 Determina, na forma reduzida, uma equação da reta perpendicular à reta r e que passa no ponto C de coordenadas $(-2,1)$.

3.2 Qual das seguintes opções representa o valor de θ arredondado às décimas?

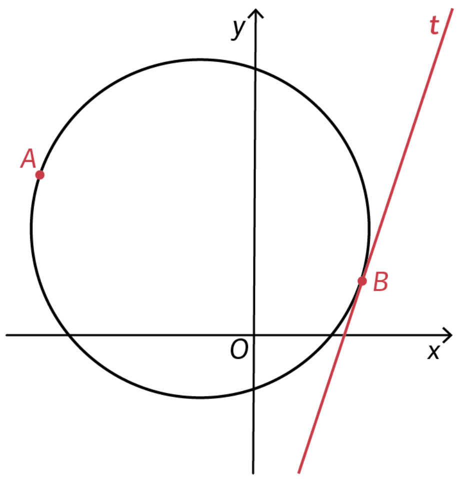
(A) 161,6 **(B)** 71,6 **(C)** 68,6 **(D)** 73,6

4. Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representadas uma circunferência e uma reta t.

Sabe-se que:

- a circunferência é definida pela equação $(x+1)^2+(y-2)^2=10$;
- $[AB]$ é um diâmetro da circunferência;
- as coordenadas do ponto A são $(-4,3)$;
- a reta t é tangente à circunferência no ponto B.

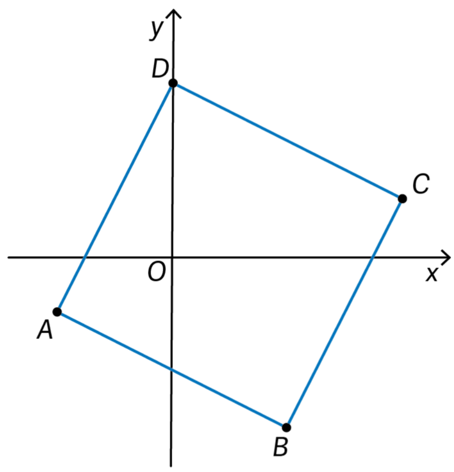
Determina, na forma reduzida, uma equação da reta t.



5. Na figura, em referencial o.n. Oxy, está representado um quadrado, $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- a reta AB é definida pela equação $y=-0,5x-2$;
- o ponto D tem coordenadas $(0,3)$.



5.1 Determina, em graus, a amplitude do ângulo formado pela reta AB e o eixo Ox. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

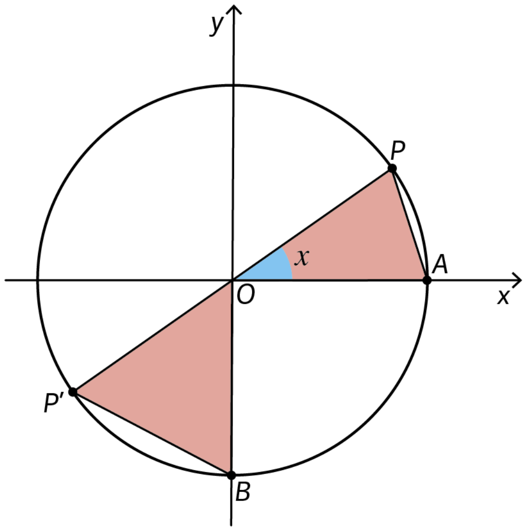
5.2 Tomando como unidade de medida a unidade do referencial, determina o perímetro do quadrado.

6. Na figura está representado o círculo trigonométrico.

O ponto A tem coordenadas $(1,0)$ e o ponto B tem coordenadas $(0,-1)$.

Considera que um ponto P parte de A e se desloca sobre a circunferência, no sentido positivo, até percorrer um quarto de volta.

Para cada posição do ponto P, sejam x a amplitude, em radianos, do ângulo AOP $\left(x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]\right)$ e P' o simétrico do ponto P em relação ao ponto O.



6.1 Determina a área da região sombreada da figura se $x = \frac{\pi}{6}$.

6.2 Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina o valor de x para o qual a área do triângulo $[OAP]$ é o dobro da área do triângulo $[OP'B]$. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

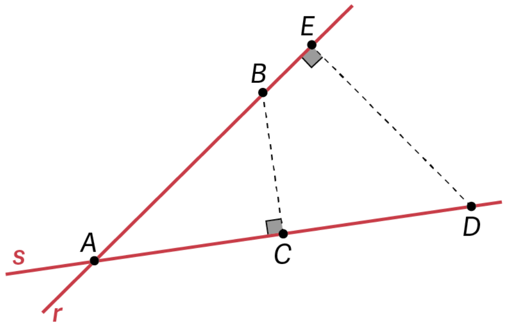
Explica como procedeste, apresentando todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora.

FIM

Cotações										Total
Questões	**1.**	**2.**	**3.1**	**3.2**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1**	**6.2**	
Cotações	$4 \times 6 = 24$	15	30	15	30	25	30	16	15	**200**

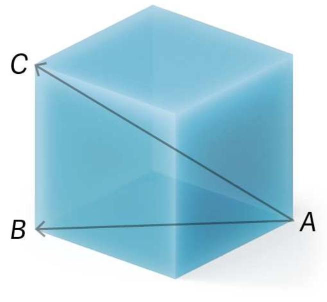
Proposta de resolução do teste de avaliação [janeiro – 2023]

1.



Afirmação	**V (Verdadeira)**	**F (Falsa)**
A. Se $\overline{AC} = 5$, então $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$		F
B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$	V	
C. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$	V	
D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} > 0$		F

2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AB} = \left(\overline{AB}\right)^2 = 4$



$\overline{AB} = 2$

Seja x a medida da aresta do cubo.

$x^2 + x^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2$

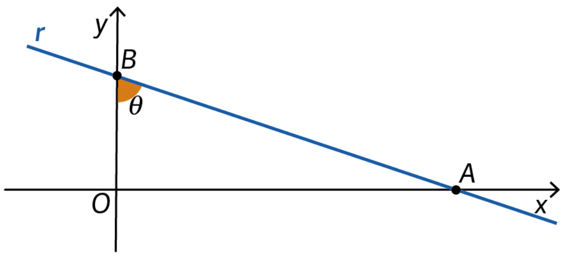
Daqui resulta que $x = \sqrt{2}$.

O volume do cubo é dado por $x^3 = \left(\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}$.

Resposta: Opção **(D)** $2\sqrt{2}$

3.

3.1 $(x, y) = (-1, 3) + k(3, -1),\ k \in \mathbb{R}$



Declive da reta r: $-\dfrac{1}{3}$

O declive de qualquer reta perpendicular à reta r é $m = 3$.

A reta pretendida tem equação reduzida do tipo $y = 3x + b$ e passa em $C(-2, 1)$.

$1 = -6 + b \Leftrightarrow b = 7$

Resposta: $y = 3x + 7$

3.2 A inclinação da reta *r*, em função de θ, é dada por $\pi-\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$, ou seja, $\frac{\pi}{2}+\theta$.

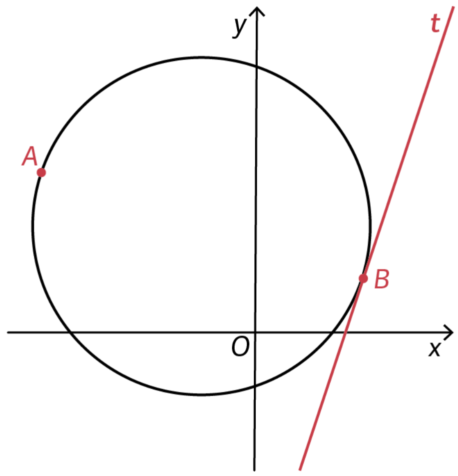
Então, $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}=-\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\cos(\theta)}{-\sin(\theta)}=-\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{\tan(\theta)}=-\frac{1}{3}$.

Daqui resulta que $\tan(\theta)=3$.

Recorrendo à calculadora, obtém-se $\theta \approx 71{,}6^\circ$.

Resposta: Opção **(B)** 71,6

4. O centro, *C*, da circunferência tem coordenadas $(-1,2)$ e é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$, sendo $A(-4,3)$.



Sejam (x_0, y_0) as coordenadas do ponto *B*.

$$\begin{cases} \frac{-4+x_0}{2}=-1 \\ \frac{3+y_0}{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ y_0=1 \end{cases}$$

Então, $B(2,1)$.

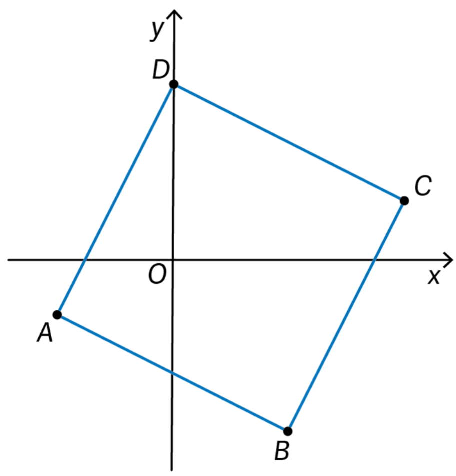
Seja $P(x,y)$ um ponto qualquer da reta *t*.

$$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{BP}=0 \Leftrightarrow (3,-1)\cdot(x-2,y-1)=0 \Leftrightarrow 3x-6-y+1=0 \Leftrightarrow y=3x-5$$

Resposta: $y=3x-5$

5.

5.1 Um vetor diretor da reta *AB* é $\vec{u}(2,-1)$ e um vetor diretor do eixo *Ox* é $\vec{v}(1,0)$.



Seja θ o ângulo formado pela reta *AB* e o eixo *Ox*.

$$\cos\theta=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}=\frac{|2-0|}{\sqrt{5}\times\sqrt{1}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Recorrendo à calculadora, obtém-se: $\theta \approx 26{,}6^\circ$

Resposta: $26{,}6^\circ$

5.2 Uma equação da reta *DA* é $y = 2x + 3$.

O ponto *A* é o ponto de interseção das retas *AB* e *DA*.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x - 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = -\dfrac{1}{2}x - 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -10 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

O ponto *A* tem coordenadas $(-2, -1)$

$$\overline{AD} = \sqrt{(-2-0)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Perímetro do quadrado: $4 \times \overline{AD} = 8\sqrt{5}$

Resposta: $8\sqrt{5}$

6.

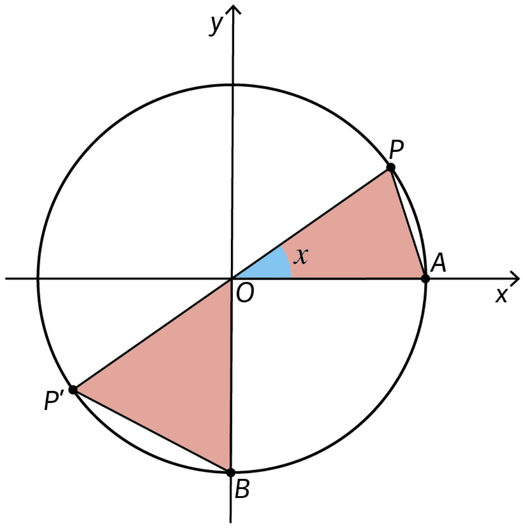
6.1 Área do triângulo $[OAP]$: $\dfrac{1 \times \sin x}{2} = \dfrac{\sin x}{2}$

Área do triângulo $[OP'B]$: $\dfrac{1 \times \cos x}{2} = \dfrac{\cos x}{2}$

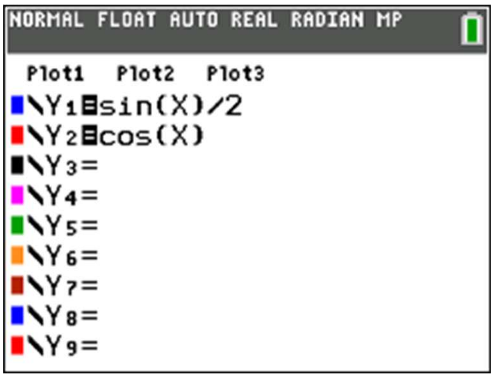
Área da região sombreada: $\dfrac{\sin x + cox}{2}$

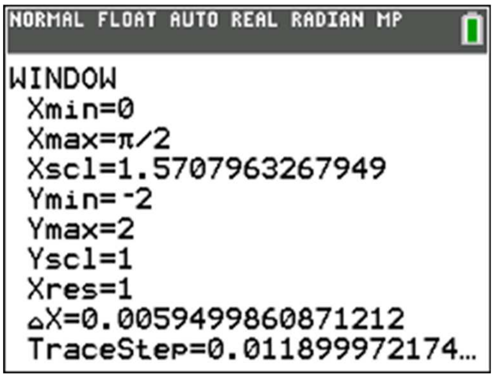
Se $x = \dfrac{\pi}{6}$: $\dfrac{\sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}}{2} = \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{1 + \sqrt{3}}{4}$

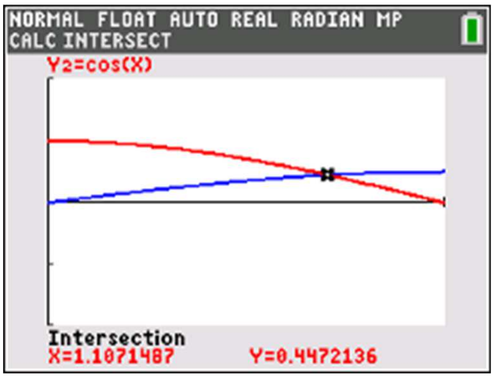
Resposta: $\dfrac{1 + \sqrt{3}}{4}$



6.2 Inserem-se as expressões das funções e define-se uma janela de acordo com o domínio da função.







Resposta: $x = 1{,}11$ rad