Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. No plano, em relação a um referencial cartesiano o.n. Oxy, considera o ponto T de coordenadas $(2,-3)$ e o ponto S de coordenadas $(-4,1)$.

(Apresenta apenas a resposta. Utiliza folha de rascunho)

1.1. Indica uma equação da reta paralela ao eixo Ox e que passa no ponto T.

1.1. Resposta:

1.2. Representa por uma inequação, na forma reduzida, o círculo de centro em S e tangente à reta $y=-2$.

1.2. Resposta:

1.3. Representa por uma equação, na forma reduzida, a mediatriz do segmento de reta $[TS]$.

1.3. Resposta:

2. No espaço, em relação a um referencial cartesinao o.n. $Oxyz$, considera o ponto A de coordenadas $(-1,3,2)$ e o ponto B de coordenadas $(2,-4,-5)$.

(Apresenta apenas a resposta. Utiliza folha de rascunho)

2.1. Indica uma equação do plano que passa no ponto A e é paralelo ao plano xOz.

2.1. Resposta:

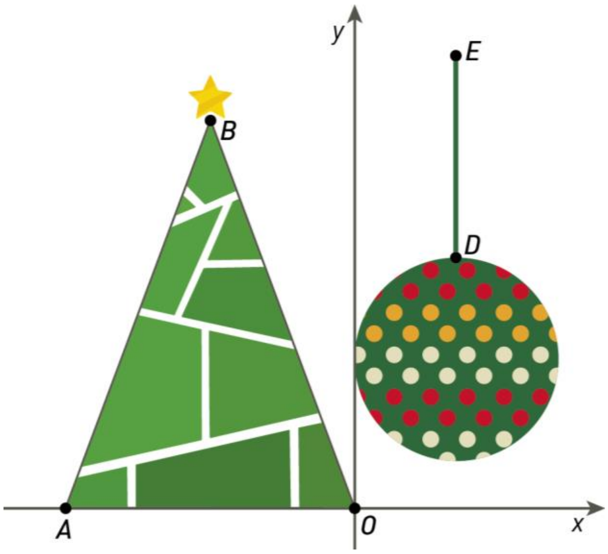
2.2. Sabendo que B é o ponto médio do segmento de reta $[AC]$, indica as coordenadas do ponto C.

2.2. Resposta:

2.3. Escreve a equação reduzida da superfície esférica de centro A e tangente ao plano $z=5$.

2.3. Resposta:

3. Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representados elementos alusivos ao Natal.



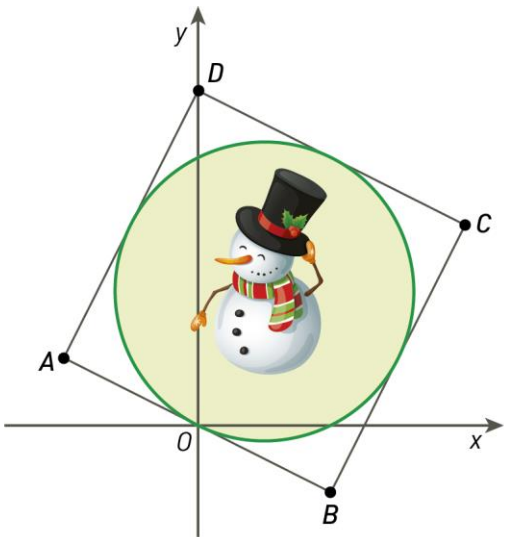
Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-6,0)$;
- o ponto B tem coordenadas $(-3,8)$;
- o ponto E tem coordenadas $(2,9)$;
- o segmento de reta $[DE]$ é paralelo ao eixo Oy;
- o ponto D pertence à circunferência de centro em C e definida pela equação $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.

3.1. Indica as coordenadas do ponto D e define por uma condição o segmento de reta $[DE]$.

3.2. Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$. Determina a medida da área do triângulo $[AOM]$.

4. Na figura, em referencial cartesiano o.n. Oxy, estão representados o quadrado $[ABCD]$ e um autocolante circular, alusivo ao Natal, inscrito nesse quadrado.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-2,1)$;
- o ponto C tem coordenadas $(4,3)$.

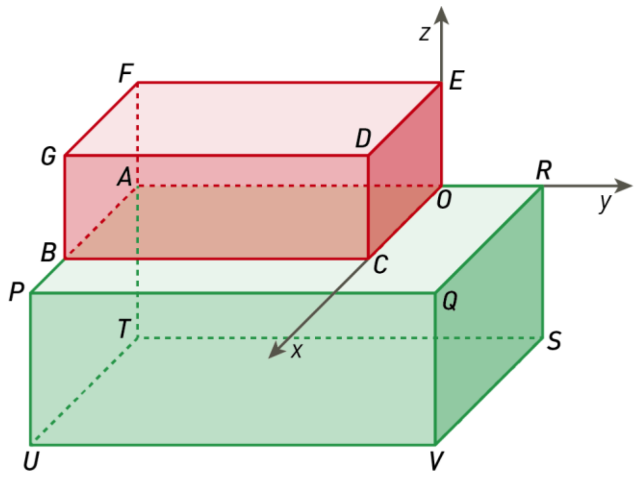
4.1. O ponto P pertence à mediatriz do segmento de reta $[AC]$ e a soma das coordenadas é 7.
Determina as coordenadas do ponto P.

4.2. Determina a medida da área do autocolante circular.
Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

5. Na figura estão representadas duas caixas sobrepostas, com a forma de paralelepípedos.

Em relação ao referencial cartesiano *Oxyz*, sabe-se que:

- as faces [*ABCO*] e [*APQR*] estão contidas no plano *xOy*;
- as faces [*AOEF*] e [*ATSR*] estão contidas no plano *yOz*;
- a face [*COED*] está contida no plano *xOz*;
- o ponto *G* tem coordenadas $(4,-6,2)$;
- o ponto *U* tem coordenadas $(6,-6,-3)$;
- o ponto *R* tem coordenadas $(0,2,0)$.



5.1. Indica as coordenadas do ponto *V*.

5.2. O plano mediador do segmento de reta [*UV*] interseta a aresta [*GD*] num ponto. Indica as coordenadas desse ponto.

5.3. Representa através de uma equação na forma reduzida a superfície esférica de centro em *U* e que passa pelo ponto *R*.

6. No espaço, em relação a um referencial cartesiano o.n. *Oxyz*, considera a superfície esférica definida pela inequação $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$.

Sabe-se que a interseção da superfície esférica com o eixo *Oy* é um segmento de reta [*AB*].

Determina $\overline{AB}$.

FIM

	Cotações										
Questões	**1.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2**	**5.3**	**6.**	**Total**
Pontos	30	30	20	20	20	20	10	15	15	20	**200**

1. No plano, em relação a um referencial cartesiano o.n. *Oxy*, considera o ponto *T* de coordenadas $(2,-3)$ e o ponto *S* de coordenadas $(-4,1)$.

1.1. Indica uma equação da reta paralela ao eixo *Ox* e que passa no ponto *T*.

1.1. Resposta: $y=-3$

1.2. Representa por uma inequação, na forma reduzida, o círculo de centro em *S* e tangente à reta $y=-2$.

1.2. Resposta: $(x+4)^2+(y-1)^2 \leq 9$

1.3. Representa por uma equação, na forma reduzida, a mediatriz do segmento de reta [*TS*].

1.3. Resposta: $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

2. No espaço, em relação a um referencial cartesinao o.n. *Oxyz*, considera o ponto *A* de coordenadas $(-1,3,2)$ e o ponto *B* de coordenadas $(2,-4,-5)$.

2.1. Indica uma equação do plano que passa no ponto *A* e é paralelo ao plano *xOz*.

2.1. Resposta: $y=3$

2.2. Sabendo que *B* é o ponto médio do segmento de reta [*AC*], indica as coordenadas do ponto *C*.

2.2. Resposta: $(5,-11,-12)$

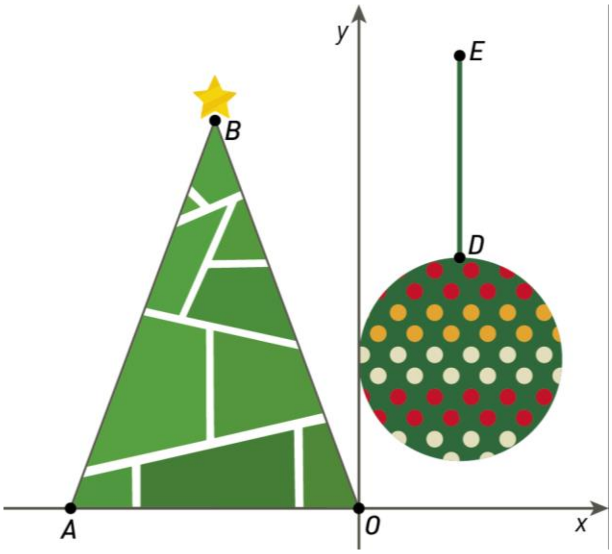
2.3. Escreve a equação reduzida da superfície esférica de centro *A* e tangente ao plano $z=5$.

2.3. Resposta: $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$

3. Na figura, em referencial o.n. *Oxy*, estão representados elementos alusivos ao Natal.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-6,0)$;
- o ponto B tem coordenadas $(-3,8)$;
- o ponto E tem coordenadas $(2,9)$;
- o segmento de reta $[DE]$ é paralelo ao eixo Oy;
- o ponto D pertence à circunferência de centro em C e definida pela equação $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.



3.1. Indica as coordenadas do ponto D e define por uma condição o segmento de reta $[DE]$.

O ponto D tem abcissa igual a 2 e pertece à circunferência de equação $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.

$$(2-2)^2+(y-3)^2=4 \Leftrightarrow 0+(y-3)^2=4 \Leftrightarrow y-3=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow y-3=2 \vee y-3=-2 \Leftrightarrow y=5 \vee y=1$$

Atendendo ao contexto, as coordenadas do ponto D são $(2,5)$.

O segmento de reta $[DE]$ é definido pela condição: $x=2 \wedge 5\leq y\leq 9$

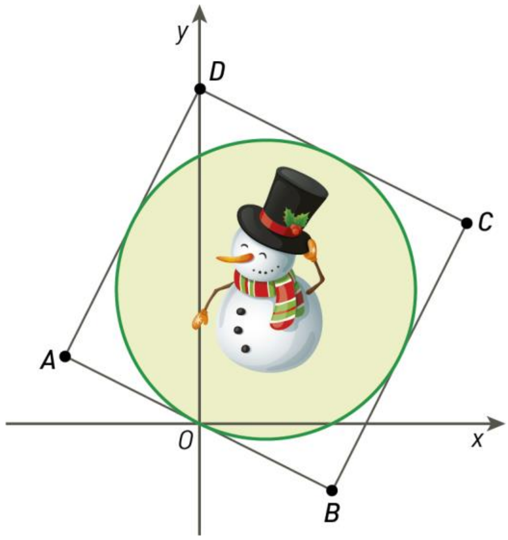
3.2. Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$. Determina a medida da área do triângulo $[AOM]$.

As coordenadas do ponto M são $\left(\frac{-6-3}{2},\frac{0+8}{2}\right)$, ou seja, $\left(-\frac{9}{2},4\right)$.

A projeção ortogonal do ponto M sobre o eixo Ox é o ponto de coordendas $M'\left(-\frac{9}{2},0\right)$.

A medida da área do triângulo $[AOM]$ é: $\frac{\overline{AO}\times\overline{MM'}}{2}=\frac{6\times 4}{2}=12$

4. Na figura, em referencial cartesiano o.n. Oxy, estão representados o quadrado $[ABCD]$ e um autocolante circular, alusivo ao Natal, inscrito nesse quadrado.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-2,1)$;
- o ponto C tem coordenadas $(4,3)$.

4.1. O ponto P pertence à mediatriz do segmento de reta $[AC]$ e a soma das coordenadas é 7.
Determina as coordenadas do ponto P.

Equação da mediatriz do segmento de reta $[AC]$:

$$\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2-2y+1=x^2-8x+16+y^2-6y+9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4y=-12x+20 \Leftrightarrow y=-3x+5$$

A equação da mediatriz do segmento de reta $[AC]$ é $y=-3x+5$.

Os pontos da mediatriz têm coordenadas do tipo $(x,-3x+5)$.

Como a soma das coordenadas é 7, então $x-3x+5=7$.

$$x-3x+5=7 \Leftrightarrow -2x=2 \Leftrightarrow x=-1$$

O ponto P tem coordenadas $(-1,8)$.

4.2. Determina a medida da área do autocolante circular.
Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

A medida do raio do círculo é metade da medida do lado do quadrado.

$$\overline{AC}=\sqrt{(-2-4)^2+(1-3)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$$

$$\left(\overline{AC}\right)^2=\left(\overline{AB}\right)^2+\left(\overline{AB}\right)^2 \Leftrightarrow 40=2\left(\overline{AB}\right)^2 \overset{\overline{AB}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AB}=\sqrt{20}$$

A medida da raio do círculo é $\dfrac{\sqrt{20}}{2}$.

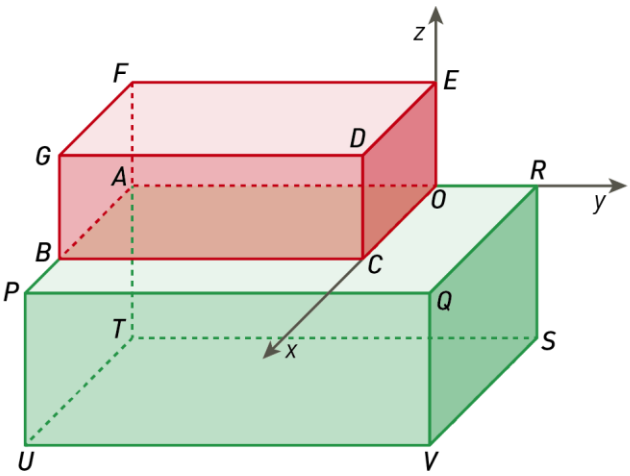
Medida da área do círculo: $\pi r^2 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{20}}{2}\right)^2 = 5\pi$

O valor da medida da área arredondada às centésimas é 15,71.

5. Na figura estão representadas duas caixas sobrepostas, com a forma de paralelepípedos.

Em relação ao referencial cartesiano *Oxyz*, sabe-se que:

- as faces [*ABCO*] e [*APQR*] estão contidas no plano *xOy*;
- as faces [*AOEF*] e [*ATSR*] estão contidas no plano *yOz*;
- a face [*COED*] está contida no plano *xOz*;
- o ponto *G* tem coordenadas $(4,-6,2)$;



- o ponto *U* tem coordenadas $(6,-6,-3)$;
- o ponto *R* tem coordenadas $(0,2,0)$.

5.1. Indica as coordenadas do ponto *V*.

O ponto *V* tem coordenadas $(6,\ 2,\ -3)$.

5.2. O plano mediador do segmento de reta [*UV*] interseta a aresta [*GD*] num ponto. Indica as coordenadas desse ponto.

O plano mediador do segmento de reta [*UV*] é definido pela equação $y = -2$.

A aresta [*GD*] é definida pela condição: $x = 4 \ \wedge \ z = 2$

A interseção do plano mediador do segmento de reta [*UV*] com a aresta [*GD*] é o ponto de coordenadas $(4,-2,2)$.

5.3. Representa através de uma equação na forma reduzida a superfície esférica de centro em *U* e que passa pelo ponto *R*.

$\overline{UR} = \sqrt{(6-0)^2 + (-6-2)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{109}$

A equação da superfície esférica de centro em U e que passa pelo ponto R é $(x-6)^2+(y+6)^2+(z+3)^2=109$.

6. No espaço, em relação a um referencial cartesiano o.n. $Oxyz$, considera a superfície esférica definida pela inequação $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$.

Sabe-se que a interseção da superfície esférica com o eixo Oy é um segmento de reta $[AB]$.

Determina $\overline{AB}$.

Interseção da superfície esférica de equação $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$ com o eixo Oy:

$0^2+(y-2)^2+(0+1)^2=10 \Leftrightarrow (y-2)^2=9 \Leftrightarrow y-2=3 \vee y-2=-3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y=5 \ \vee \ y=-1$

As coordenadas dos pontos de interseção são: $(0, 5, 0)$ e $(0, -1, 0)$

Assim, $\overline{AB}=|5-(-1)|=6$.