Proposta de teste de avaliação 5 – Matemática 9

Nome da Escola	Ano letivo 20 - 20		Matemática | 9.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º	Data
Professor			- - 20

Na resolução dos itens da parte A podes utilizar a calculadora.

Na resolução dos itens da parte B não podes utilizar a calculadora.

Parte A – 30 minutos

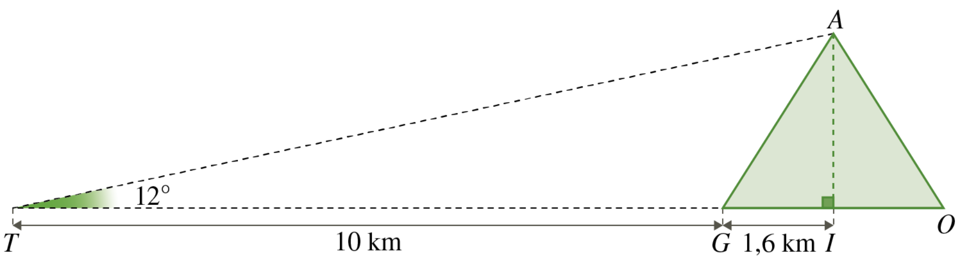
1. Considera o intervalo de números reais $A = \left]-\sqrt{40}\,;\,\sqrt{\pi}-\pi\right]$.

Escreve todos os números inteiros que pertencem ao conjunto A.

2. Mayon é um vulcão situado nas Filipinas que apresenta a forma de um cone quase perfeito.

O Tiago encontrava-se nas margens do golfo de Albay, a cerca de 10 km da base do vulcão.

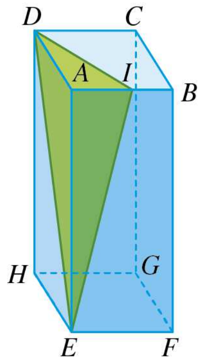
A figura seguinte foi desenhada pelo Tiago para determinar a altura aproximada do vulcão.



Com os dados da figura determina, em metros, a altura do vulcão.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

3. Na figura está representado o prisma quadrangular regular reto $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

- o ponto I é um ponto do segmento de reta $[AB]$;
- a área do triângulo $[AID]$ é $120\ \text{cm}^2$;
- $\overline{IB} = 8\ \text{cm}$ e $\overline{AE} = 48\ \text{cm}$.

3.1. Qual é a posição do plano DEI em relação ao plano ABC?

3.2. Mostra que $\overline{AB} = 20\ \text{cm}$.

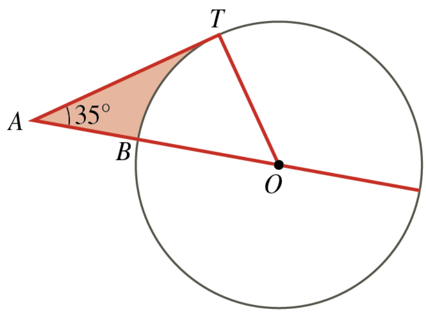
3.3. Determina o perímetro do trapézio $[IBCD]$.

Apresenta o resultado, em centímetros, arredondado às décimas.

3.4. Calcula o volume do sólido que se obtém quando se retira a pirâmide $[EIDA]$ ao prisma quadrangular reto.

4. Na figura está representada uma circunferência de centro O.

Sabe-se que:



- o ponto O é o centro da circunferência;
- a reta AT é tangente à circunferência no ponto T;
- $[OT]$ é o raio da circunferência;
- $T\hat{A}O = 35^\circ$

4.1. Determina a amplitude do arco TB.

4.2. Determina a área da região sombreada da figura, sabendo que $\overline{OT} = 3\ \text{cm}$ e $\overline{OA} = 5\ \text{cm}$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares e a resposta em centímetros quadrados, arredondada às décimas.

Parte B – 60 minutos

5. Considera a inequação seguinte:

$$\frac{x}{2} \geq \frac{2-6x}{3} + \frac{1}{6}$$

Qual dos seguintes intervalos representa o conjunto-solução da inequação?

(A) $[\pi, +\infty[\cap \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$

(B) $[\pi, +\infty[\cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$

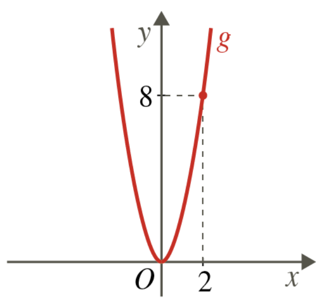
(C) $\left]-\infty, \frac{1}{3}\right] \cap [\pi, +\infty[$

(D) $]-\infty, \pi] \cap \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$

6. Considera a função de proporcionalidade inversa f e o ponto de coordenadas $(2, 10)$ pertencente ao gráfico dessa função.

Escreve uma expressão que defina a função f.

7. Na figura está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função quadrática $g(x) = ax^2$.



Sabe-se que o ponto $(2, 8)$ pertence ao gráfico da função g.

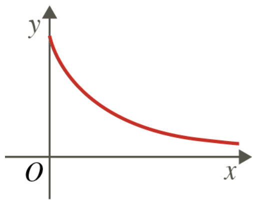
Qual é o valor de a?

(A) 1 **(B)** 2

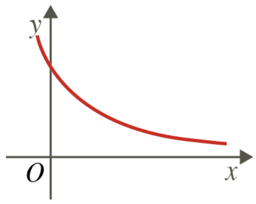
(C) 3 **(D)** 4

8. Em qual das opções seguintes pode estar representada graficamente uma função de proporcionalidade inversa?

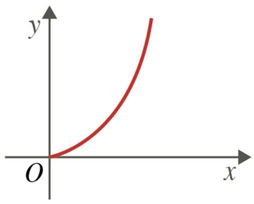
(A)



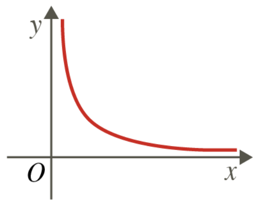
(B)



(C)



(D)

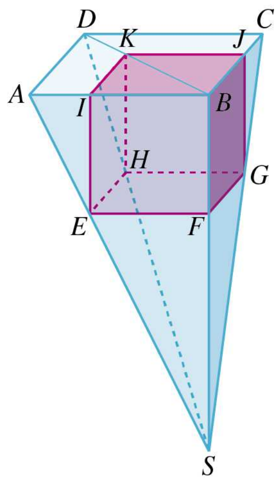


9. Sejam dois planos paralelos α e β e dois pontos A e B, ambos pertencentes ao plano α.
Qual é a posição relativa da reta AB em relação ao plano β?

10. Na figura estão representados a pirâmide $[ABCDS]$ e o cubo $[EFGHIBJK$

Sabe-se que:

- os vértices do cubo E, F, G e H pertencem às arestas da pirâmide $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$ e $[SD]$, respetivamente;
- o vértice K do cubo pertence ao segmento de reta $[DB]$;
- os vértices I e J do cubo pertencem às arestas da base da pirâmide $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente.



10.1. Sabendo que $\overline{BF} = 10$ cm e $\overline{BS} = 30$ cm, qual é a medida do comprimento de $[AB]$?

10.2. Qual é o transformado do ponto J pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{GE}$?

10.3. Mostra que o comprimento do vetor $\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB}\right)$ é $10\sqrt{2}$ cm.

10.4. Qual é o lugar geométrico dos pontos do espaço que estão à mesma distância do ponto O (centro do cubo) e que contém os vértices do cubo?

11. Resolve a equação seguinte:

$$\frac{x-1}{2}=2\left(x^2-1\right)$$

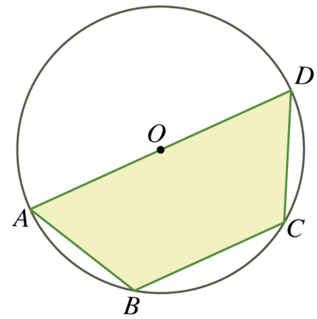
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Na figura estão representados a circunferência de centro no ponto O, o diâmetro $[AD]$ e o trapézio $[ABCD]$ inscrito na circunferência.

Sabe-se que:

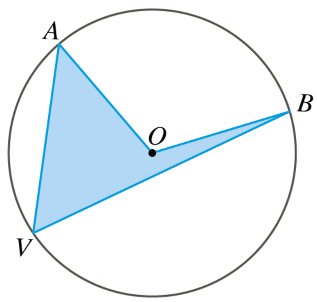
- a amplitude do arco AB é 40°;
- as retas AD e BC são paralelas.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo CBD.



13. Na figura podes observar uma circunferência de centro O, um ângulo inscrito BVA e um ângulo ao centro BOA. Considera que $B\hat{O}A=(4x+30)^\circ$ e $B\hat{V}A=\left[5(x-9)\right]^\circ$.

Determina o valor de x.



14. Na florista Tina podemos encontrar duas propostas de arranjos para o *Dia da Mãe*.

Um dos arranjos tem 10 rosas e 4 tulipas e custa 16,00 €.

O outro arranjo tem 4 rosas e 3 tulipas e custa 8,50 €.

Considera:

x: custo de uma rosa

y: custo de uma tulipa

Escreve um sistema de equações que permita determinar x e y.

FIM

Cotações

1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	4.1.	4.2.	5.	6.	7.	8.	9.
5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5

10.1.	10.2.	10.3.	10.4.	11.	12.	13.	14.	Total
5	4	5	5	5	5	5	5	**100**

Proposta de resolução

Parte A

1. $-\sqrt{40} \approx -6,3$ e $\sqrt{\pi} - \pi \approx -1,4$

Resposta: $-6, -5, -4, -3$ e -2

2. $\tan 12^\circ = \dfrac{\overline{AI}}{10+1,6} \Leftrightarrow \overline{AI} = 11,6 \times \tan 12^\circ \Leftrightarrow \overline{AI} \approx 2,46565 \text{ km} \approx 2466 \text{ m}$

3.1. O plano *DEI* é concorrente ao plano *ABC*.

3.2. Seja $\overline{AB} = \overline{AD} = x$ cm.

$$\frac{x(x-8)}{2} = 120 \Leftrightarrow x^2 - 8x = 240 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 240 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 4 \times 240}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 32}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{40}{2} = 20 \ \vee \ x = \frac{-24}{2} = \cancel{-12}$$

Assim, $\overline{AB} = 20$ cm.

3.3. Seja $\overline{ID} = y$.

Pelo Teorema de Pitágoras: $y = \sqrt{20^2 + 12^2} = \sqrt{544}$

$$P = \overline{IB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DI} = \left(8 + 20 + 20 + \sqrt{544}\right) \text{ cm} \approx 71,3 \text{ cm}$$

3.4. Volume da pirâmide $= \left(\dfrac{1}{3} \times 120 \times 48\right) \text{cm}^3 = 1920 \text{ cm}^3$

Volume do prisma $= \left(20^2 \times 48\right) \text{cm}^3 = 19\ 200 \text{ cm}^3$

Volume do sólido obtido $= (19\ 200 - 1920) \text{ cm}^3 = 17\ 280 \text{ cm}^3$

4.1. $T\hat{O}B = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

Logo, $\overset{\frown}{TB} = 55^\circ$.

4.2. Área do triângulo $[AOT]$:

Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{TA} = \sqrt{25-9} = 4$ cm

$$A_{[AOT]} = \frac{4\times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Área do círculo:

$$A_C = 9\pi \text{ cm}^2$$

Área do setor circular:

$$A_S = 9\pi \times \frac{55}{360} = 9\pi \times \frac{11}{72} = \frac{99\pi}{72} \approx 4,3197 \text{ cm}^2$$

Área sombreada da figura: $A = (6 - 4,3197)\text{cm}^2 \approx 1,7 \text{ cm}^2$

Parte B

5. $$\underset{(\times 3)}{\frac{x}{2}} \geq \underset{(\times 2)}{\frac{2-6x}{3}} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow 3x \geq 4 - 12x + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 12x \geq 5 \Leftrightarrow 15x \geq 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{5}{15} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$$

$$S = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$$

Resposta: (B)

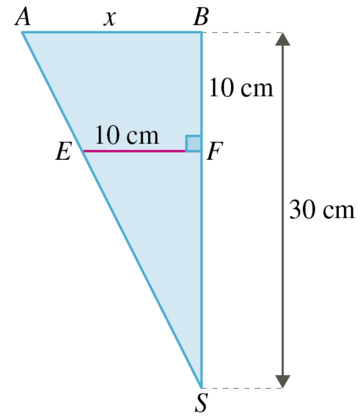
6. $y = \dfrac{k}{x}$; $k = 10\times 2 = 20$. Logo, $f(x) = \dfrac{20}{x}$, $x \neq 0$.

7. $8 = a\times 2^2 \Leftrightarrow a = 8:4 \Leftrightarrow a = 2$

Resposta: (B)

8. **Resposta: (D)**

9. A reta AB é paralela ao plano β.



10.1. Os triângulos [*ABS*] e [*EFS*] são semelhantes pelo critério AA.

Logo, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BS}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FS}}$.

$\frac{x}{30} = \frac{10}{20} \Leftrightarrow x = 15$

$\overline{AB} = 15$ cm

10.2. O transformado do ponto *J* é o ponto *I*.

10.3. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EB}$

Seja $y = \overline{EB}$ e pelo Teorema de Pitágoras:

$y^2 = 10^2 + 10^2 \overset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{200} \Leftrightarrow y = \sqrt{2 \times 10^2} \Leftrightarrow y = 10\sqrt{2}$

10.4. O lugar geométrico dos pontos do espaço é a superfície esférica de centro *O* e raio, por exemplo, *OE*.

11. $\frac{x-1}{2} = 2\left(x^2 - 1\right) \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow x - 1 = 4x^2 - 4 \Leftrightarrow -4x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{-8} \Leftrightarrow x = \frac{-1+7}{-8} = -\frac{3}{4} \vee x = \frac{-1-7}{-8} = 1$

$S = \left\{-\frac{3}{4}, 1\right\}$

12. $C\hat{B}D = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$

13. $4x + 30 = 2 \times 5(x - 9) \Leftrightarrow 4x + 30 = 10x - 90 \Leftrightarrow -6x = -120 \Leftrightarrow x = 20$

14. $\begin{cases} 10x + 4y = 16 \\ 4x + 3y = 8{,}5 \end{cases}$