**1.** Determine, caso existam, as assíntotas ao gráfico das funções definidas por cada uma das expressões seguintes.

**1.1.** 

**1.2.** 

**1.3.** 

**2.** Considere a função *f*, real de variável real, definida por .

**2.1.** Mostre que a reta de equação  é assíntota não vertical ao gráfico de *f*.

**2.2.** Prove que o gráfico de *f* admite apenas uma assíntota vertical.

**1.** Considere a função *f*, real de variável real, definida por .

**1.1.** Determine os zeros de *f*.

**1.2.** Estude o sinal de *f*.

**1.3.** Determine uma equação da assíntota não vertical ao gráfico de *f*.

**2.** Num aviário existem 7920 pintos e 280 patos.

Ao serem introduzidos *x* patos no aviário, a proporção  do número de patos, relativamente ao número total de aves que passam a existir no aviário, é tal que:



**2.1.** A equação  é impossível.

Interprete esta impossibilidade no contexto da situação descrita.

**2.2.** Pretende-se que a percentagem de patos relativamente ao número total de aves seja de 10%. Qual é o número de patos a introduzir no aviário?



**Miniteste 4.3.**

**1.1.** ■ 

■ **Assíntotas verticais**

A função *f* é contínua pois é definida pelo quociente de duas funções contínuas: ambas funções polinomiais.

–3 não pertence ao domínio de *f* mas é ponto aderente a esse conjunto.

, pelo que temos de calcular os limites laterais.

 e 

Portanto, a reta de equação  é a única assíntota vertical ao gráfico de *f*.

■ **Assíntotas não verticais**

Em :







Logo, a reta de equação  é assíntota ao gráfico de *f* em .

Em :





Logo, a reta de equação  é assíntota do gráfico de *f* em . Assim,  e  são as equações das assíntotas ao gráfico de *f*.

**1.2.** ■ 





■ **Assíntotas verticais**

A função *g* é contínua pois é definida pelo quociente de duas funções contínuas: uma é uma função quadrática e a outra é o módulo de uma função afim.

1 não pertence ao domínio de *g* mas é ponto aderente a este conjunto, pelo que vamos calcular .





Portanto, a reta de equação *x* = 1 é a única assíntota vertical ao gráfico de *g*.

■ **Assíntotas não verticais**

Em :









Logo, a reta de equação  é assíntota ao gráfico de *g* em 

Em :  

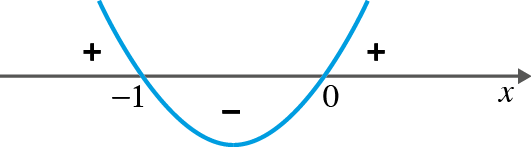




Logo, a reta de equação  é assíntota ao gráfico de *g* em.

Conclusão:  são as equações das assíntotas ao gráfico de *g*.

**Resposta:**  são as equações das assíntotas ao gráfico de *g*.

**1.3.** 

Cálculos auxiliares:



Portanto, .

■ Assíntotas verticais

A função *h* é contínua pois é definida pela raiz quadrada de uma função quadrática.

O gráfico de *h* não admite assíntotas verticais.

■ Assíntotas não verticais

Em :



















Logo, a reta de equação é assíntota ao gráfico   
de *h* em  .

Em :



















Logo, a reta de equação  é assíntota ao gráfico de *h* em  .

Conclusão:  e  são as equações das assíntotas ao gráfico de *h* .

**2.1.** A reta de equação  é assíntota não vertical ao gráfico de *f* quando:

 ou 

Assim, temos que:











Como  podemos concluir que a reta de equação  é assíntota não vertical ao gráfico de *f* .

**2.2.** 

A função *f* é contínua pois é definida pelo quociente de duas funções contínuas: ambas funções polinomiais.

–2 não pertence ao domínio da função *f* mas é ponto aderente a este conjunto, portanto, vamos calcular 



Logo, a reta de equação  é a única assíntota vertical ao gráfico de *f* , ou seja, o gráfico de *f* admite apenas uma assíntota vertical.

**Miniteste 4.4.**

**1.1.**  











**Resposta:** Os zeros de *f* são  e 0

**1.2.** Temos que .

Por outro lado:

■ zeros do numerador: 

■ zeros do denominador: 

Construindo uma tabela de sinais, vem:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | −∞ |  |  | –2 |  | 0 |  | 2 | +∞ |
| *N* | + | 0 | – | – | – | 0 | + | + | + |
| *D* | – | – | – | 0 | + | + | + | 0 | – |
| *F* | – | 0 | + | n.d. | – | 0 | + | n.d. | – |

*N*: ; *D*:  *F*: 

Logo:







**1.3.** 

■ Assíntota não vertical em 















Portanto, a reta de equação  é assíntota não vertical ao gráfico de *f* em .

■ Assíntota não vertical em :

Os cálculos são análogos aos de , pelo que também e .

Logo, a reta de equação  é assíntota não vertical ao gráfico de *f* em .

**Resposta:**

**2.1.** A equação  significa que o número de patos é igual ao número total de aves existentes no aviário, o que é impossível porque, no aviário, existem 7920 pintos.

**2.2.** Se a proporção de patos é 10% do total, então:















Portanto, o número de patos a introduzir no aviário seria igual a 600.

**Resposta:** 600