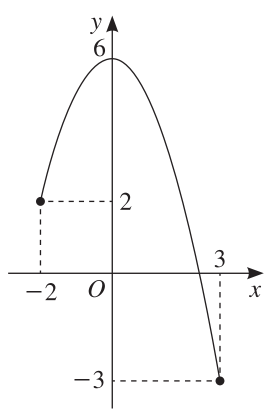
FICHA DE TRABALHO 11 **Derivadas. Estudo de funções. Otimização**

1 **1.1**



1.2 **a)** $[-2, 1]$, por exemplo.

b) $[1, 2]$, por exemplo.

c) $[-1, 1]$, por exemplo.

d) $[-2, 0]$, por exemplo.

e) $[-1, 2]$, por exemplo.

2 $a = -2$

3 **a)** $y = 10x - 29$

b) $y = -\frac{1}{10}x + \frac{43}{2}$

c) $(-5{,}1; 22{,}01)$

4 **a)** -400 m^3/min **b)** -1000 m^3/min **c)** -3000 m^3/min

5 **a)** -9 cm/s **b)** 0 cm/s **c)** 36 cm/s

6 **a)** $f'(x) = 0$; $D_{f'} = \mathbb{R}$

b) $f'(x) = 4$; $D_{f'} = \mathbb{R}$

c) $f'(x) = -4x$; $D_{f'} = \mathbb{R}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$; $D_{f'} =]-1, +\infty[$

e) $f'(x) = \dfrac{3}{(2-x)^2}$; $D_{f'} = \mathbb{R}\backslash\{2\}$

7 **7.1** Ao cuidado do aluno.

7.2 $f'(1) = 4$, logo, f não pode ser decrescente em $[1, 6]$, caso contrário, $f'(x) \leqslant 0, \forall x \in [1, 6]$ e, em particular, $f'(1)$ seria um valor não positivo.

8 **a)** $f'(x) = 5$; $D_{f'} = \mathbb{R}$

b) $g'(x) = 8x - 6$; $D_{g'} = \mathbb{R}$

c) $h'(x) = 64x^3 - 4x$; $D_{h'} = \mathbb{R}$

d) $i'(x) = -12x^2 + 12x + 2$; $D_{i'} = \mathbb{R}$

e) $j'(x) = 12 - \dfrac{4}{x^2}$; $D_{j'} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

f) $k'(x) = \dfrac{5}{(3-x)^2}$; $D_{k'} = \mathbb{R}\backslash\{3\}$

g) $l'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{4x-2}}$; $D_{l'} = \left]\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$

h) $m'(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$; $D_{m'} = \mathbb{R}_0^+$

i) $n'(x) = -\dfrac{2x+15}{2\sqrt{x+4}\,(2x+1)^2}$; $D_{n'} = \left]-4, -\dfrac{1}{2}\right[\cup \left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$

j) $p'(x) = -\dfrac{1}{2x\sqrt{x^2+x}}$; $D_{p'} = \mathbb{R}^+$

k) $q'(x) = -3\left[\dfrac{x-1}{(1-2x)^2}\right]^2$; $D_{q'} = \mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

l) $r'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{4}{3\sqrt[3]{2x}}$; $D_{r'} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

9 $b = -2$ e $c = 4$

10 **a)** $(f+g)'(x) = 8x + \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$; $D_{(f+g)'} =]-1, +\infty[$

b) $(fg)'(x) = 8x^2 + 8x^2\sqrt{x+1} + \dfrac{2x^2}{\sqrt{x+1}}$; $D_{(fg)'} =]-1, +\infty[$

c) $(f \circ g)'(x) = 4 + \dfrac{4}{\sqrt{x+1}}$; $D_{(f \circ g)'} =]-1, +\infty[$

d) $(g \circ f)'(x) = \dfrac{4}{\sqrt{4x^2+1}}$; $D_{(g \circ f)'} = \mathbb{R}$

11 **a)** $(4, -2)$

b) $\left(\dfrac{5}{2}, -\dfrac{5}{4}\right)$

12 **12.2** **a)** f é uma função polinomial, logo, é contínua em $\mathbb{R}$. Portanto, f é contínua em qualquer subconjunto de $\mathbb{R}$ e, por isso, é contínua em $[-2, 2]$.

b) f é uma função polinomial, logo, é diferenciável em $\mathbb{R}$. Portanto, f é diferenciável em qualquer subconjunto de $\mathbb{R}$ e, por isso, é diferenciável em $]-2, 2[$.

c) Como f é contínua e diferenciável em $]-2, 2[$, então, pelo teorema de Lagrange, existe um $c \in]-2, 2[$, tal que $f'(c) = \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = \frac{0 - 0}{2 + 2} = 0$, pelo que se confirma que f' tem, pelo menos, um zero no intervalo $]-2, 2[$.

13 **a)** $x \in \{2\}$

b) $x \in]-\infty, 2[$

c) $x \in]2, +\infty[$

d) $x \in \left\{\frac{3}{2}\right\}$

e) $x \in \{3\}$

14 **a)** f é crescente em $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right[$ e é decrescente em $\left]-\infty, \frac{1}{4}\right]$; mínimo relativo $\frac{3}{4}$ para $x = \frac{1}{4}$.

b) g é crescente em $\left]-\infty, \frac{2}{3}\right]$ e em $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right[$ e é decrescente em $\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$; mínimo relativo $-\frac{7}{9}$ quando $x = \frac{2}{3}$ e máximo relativo $\frac{25}{9}$ quando $x = -\frac{2}{3}$.

c) h é crescente em $]-\infty, 0]$ e em $\left[\frac{4}{3}, +\infty\right[$ e é decrescente em $\left[0, \frac{4}{3}\right]$; mínimo relativo $-\frac{32}{27}$ quando $x = \frac{4}{3}$ e máximo relativo 0 quando $x = 0$.

d) i é crescente em $\left]-\infty, \frac{2 - 2\sqrt{7}}{3}\right]$ e em $\left[\frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}, +\infty\right[$ e é decrescente em $\left[\frac{2 - 2\sqrt{7}}{3}, \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}\right]$; mínimo relativo $-\frac{160 + 112\sqrt{7}}{27}$ quando $x = \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}$ e máximo relativo $-\frac{160 - 112\sqrt{7}}{27}$ quando $x = \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}$.

e) j é decrescente em $]-\infty, 4[$ e em $]4, +\infty[$; não tem extremos relativos.

f) k é crescente em $[0, 1]$ e é decrescente em $[1, +\infty[$; máximo relativo $\frac{1}{2}$ para $x = 1$.

15 Deve alugar a casa a cerca de 5,3 km do seu local de trabalho.

16 O volume máximo do cilindro ocorre quando $x = r\sqrt{\frac{2}{3}}$ e $h = r\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

17 $a = 4$ cm ; $l = 3$ cm ; $A_{\text{máxima}} = 12\ \text{cm}^2$

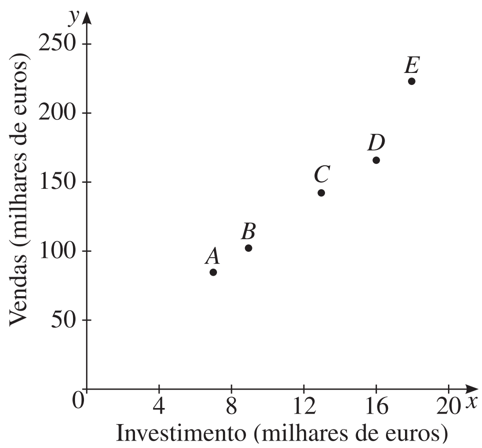
FICHA DE TRABALHO 12 **Amostras bivariadas. Reta de mínimos quadrados e coeficiente de correlação linear**

1 **1.1** I e III

1.2 II e III

1.3 I → (D); II → (B); III → (A); IV → (C)

2 **2.1**



2.2 Variável explicativa: investimento; variável resposta: vendas.

2.3 Associação linear positiva forte.

2.4 $\overline{I} = 12{,}6$ milhares de euros ; $\overline{V} = 142{,}6$ milhares de euros ;
$S_I \approx 4{,}6$ milhares de euros ; $S_V \approx 54{,}3$ milhares de euros.

3 **3.1** $e_A = 5$; $e_B = 3$; $e_C = 3$

3.2 11 ; 43

3.3 $y = -\frac{9}{4}x + \frac{151}{6}$

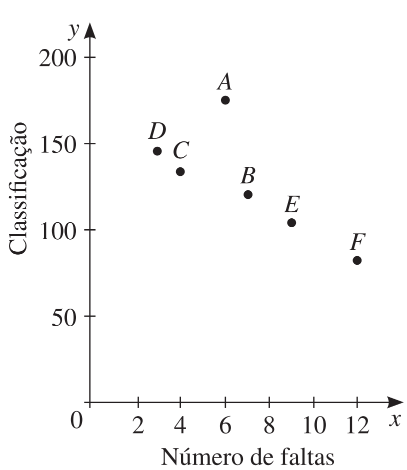
4 **a)** $n = 7$

b) $y = -1{,}75x + 24{,}5$

c) $r = -0{,}966$; associação linear negativa forte.

5 $r = -0{,}878$

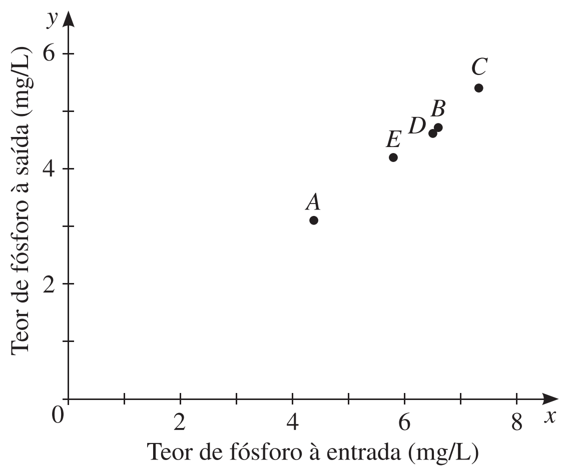
6 **6.1**



6.2 $y = -7{,}53x + 178{,}47$

6.3 103

7 **7.1**



7.2 Associação linear positiva forte.

7.3 $y = 0{,}77x - 0{,}29$

7.4 3,6 mg/L

7.5 $r = 0{,}996$

7.6 Dado que o coeficiente de correlação linear tem um valor muito próximo de 1, a associação linear entre as duas variáveis é muito forte, pelo que devemos considerar muito boa a previsão obtida na alínea 7.4.

7.7 A afirmação é falsa, pois a reta obtida em 7.2 toma x como variável explicativa e y como variável resposta. Logo, apenas pode ser usada para, dado o teor de fósforo à entrada, prever o fósforo à saída.

7.8 O teor de fósforo à entrada da ETAR não deve ultrapassar os $6{,}9$ mg/L.