FICHA DE TRABALHO 11 **Derivadas. Estudo de funções. Otimização**

NOME: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ N.º:\_\_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Considere a função *f* , de domínio [–2, 3] , definida por *= 6 –* 2.
   1. Esboce o gráfico da função *f*.
   2. Indique um intervalo em que a taxa média de variação seja:
2. positiva. **d)** igual a 2 .
3. negativa. **e)** igual a –1
4. nula.
5. Seja *a* um número real diferente de zero e considere *f* a função real de variável real, definida por  
    *f* Determine *a* de modo que a taxa média de variação de *f* no intervalo [0, 3] seja –3 .
6. Considere a função real de variável real *f*, definida por *f* . Determine:
7. a equação reduzida da reta, *r*, tangente ao gráfico de *f* no ponto de abcissa 5 .
8. a equação da reta, *p*, perpendicular à reta *r* no ponto de tangência.
9. as coordenadas do outro ponto de interseção da reta *p* com o gráfico de *f*.
10. Num tanque de armazenamento de água é aberta uma torneira no fundo. O volume de água, *V* , em m3 , no tanque, *t* minutos após a abertura da torneira é dado por

**,**

com 0 t 15 .

Determine:

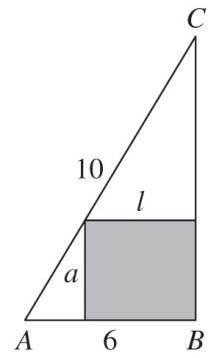
1. a taxa média de variação de *V* entre os instantes e .
2. a taxa de variação instantânea do volume de água no tanque no instante.
3. a taxa de variação instantânea do volume de água no tanque no instante .
4. Um ponto *P* move-se numa reta de tal forma que, em cada instante, *t* , em segundos, a sua distância, *d* , em centímetros, à origem, *O* , é dada por .

**Determine:**

1. a velocidade média do ponto *P* no intervalo [1, 4] .
2. a velocidade instantânea do ponto *P* em *t* = 4 .
3. a velocidade instantânea do ponto *P* em *t* = 6 .
4. Utilize a definição de derivada num ponto para determinar a expressão da função derivada das funções seguintes, indicando o respetivo domínio:
5. *f* **d)** *f*
6. *f* **e)**  *f*
7. *f*
8. Considere a função *f* , definida por *f* .
   1. Mostre que *f’*.
   2. Calcule *f’*(1) e conclua que *f* não é decrescente em [1, 6] .
9. Caracterize a função derivada das funções reais de variável real definidas por:
10. **h)**
11. **i)**
12. **j)**
13. **k)**
14. **l)**
15. Seja *f*. Determine os valores de *b* e *c* , sabendo que a reta de equação *y*é tangente ao gráfico de *f* no ponto de coordenadas (2, 4) .
16. Considere as funções, *f* e *g* , reais de variável real, definidas por:

Caracterize:

1. *(f + g)’*
2. *(fg)’*
3. *(f ◦ g)’*
4. *(g ◦ f)’*
5. Determine as coordenadas do ponto do gráfico da função *f* , definida por *f* , tal que a reta tangente ao gráfico nesse ponto:
6. tem inclinação igual a
7. é paralela à reta de equação *y* .
8. Seja *f* uma função definida por *f* no intervalo [–2, 2] .
   1. Justifique que *f* é contínua em [–2, 2] .
   2. Justifique que *f* é diferenciável em ]–2, 2[ .
   3. Mostre, usando o teorema de Lagrange, que a função *f’* , derivada de *f* , tem, pelo menos, um zero no intervalo ]–2, 2[ .
9. Considere a função *f* definida por *f*2 . Determine os valores de que satisfazem as seguintes condições:
10. *f’*
11. *f’*
12. *f’*
13. *f’*
14. *f’*
15. A partir do estudo do sinal da derivada, indique os intervalos de monotonia e os extremos relativos, caso existam, das seguintes funções reais de variável real:
16. O Ricardo quer alugar uma casa. Se ele escolher viver a km do seu local de trabalho e os custos de transporte para o trabalho forem *c* euros por ano, e os custos da renda da casa forem euros por ano, a que distância deve o Ricardo alugar a casa de modo a minimizar as despesas anuais de renda e de transporte?
17. Considere um cilindro de altura *h* e raio da base . Determine os valores de *h e*  de modo que o cilindro tenha o volume máximo quando inscrito numa dada esfera de raio *r* .
18. Considere o triângulo *[ABC]* da figura.



Sabe-se que:

* o triângulo *[ABC]* é retângulo em *B* ;

Determine os valores de *a* e *l* de modo que o retângulo inscrito no triângulo tenha a área máxima e indique o seu valor.