



Nome: _____

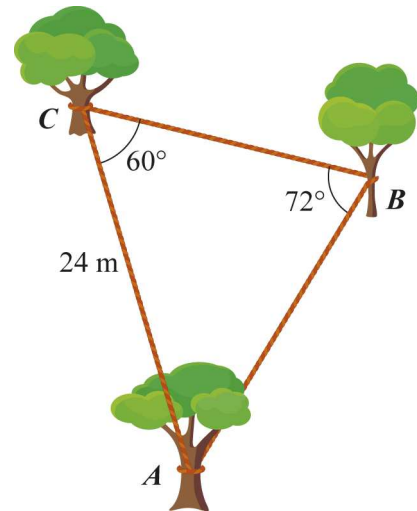
Ano / Turma: _____ N.º: _____

Data: ____ - ____ - ____

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica.)

1. Pretende-se ligar três árvores existentes no quintal do Tomás através de uma corda, como ilustra a figura. Sejam A , B e C pontos marcados um em cada tronco das árvores, todos à mesma altura do solo.



Sabe-se que:

- $\widehat{ACB} = 60^\circ$
- $\widehat{CBA} = 72^\circ$
- $\overline{AC} = 24$ m

O Tomás pretende escolher uma corda que permita ligar as árvores com o menor desperdício possível.

Qual é o comprimento da corda que o Tomás deve escolher, sabendo que tem ao seu dispor cordas com os comprimentos seguintes:

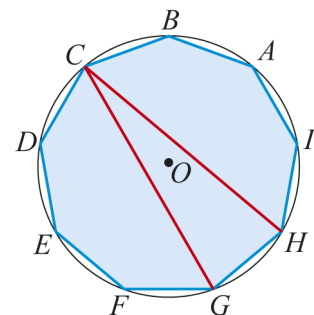
- (A) 60 m (B) 64 m (C) 66 m (D) 72 m

2. Na figura está representado um eneágono regular inscrito numa circunferência de centro O .

- 2.1. Ao ponto A foi aplicada uma rotação de centro O e amplitude -2000° .

Identifica a imagem do ponto A .

- (A) Ponto B (B) Ponto F
(C) Ponto E (D) Ponto C



- 2.2. Determina o perímetro do eneágono, sabendo que $\overline{CG} = \overline{CH} = 8$ cm. Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

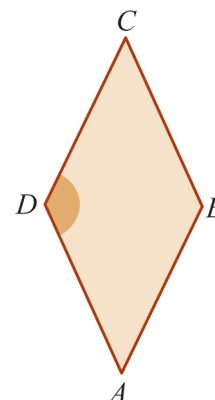
3. Na figura está representado o losango $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- $\widehat{ADC} = 130^\circ$
- $\overline{AD} = 4$

Qual dos seguintes valores corresponde à medida da área do losango arredondada às centésimas?

- (A) 13,52 (B) 6,76 (C) 7,25 (D) 12,26



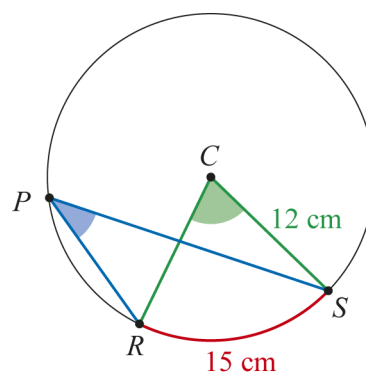
4. Na figura está representada a circunferência de centro C e raio 12 cm.

Os pontos P , R e S pertencem à circunferência.

Sabe-se que o comprimento do arco RS é de 15 cm.

Um valor arredondado às unidades da amplitude do ângulo RPS , em graus, é:

- (A) 36° (B) 30° (C) 72° (D) 24°



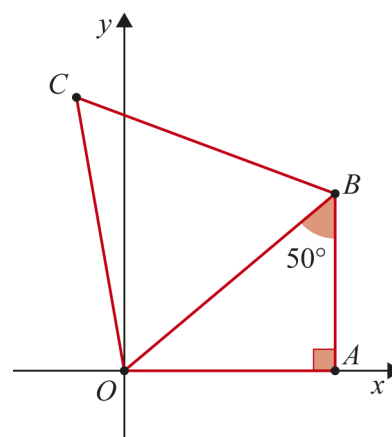
5. Na figura estão representados, num referencial ortonormado Oxy , dois triângulos, $[OAB]$ e $[OBC]$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(4, 0)$;
- o triângulo $[OAB]$ é retângulo em A ;
- o triângulo $[OBC]$ é equilátero;
- $\widehat{OBA} = 50^\circ$

Determina valores arredondados às centésimas das coordenadas do ponto C .

Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

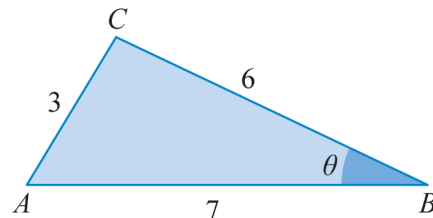


FIM (Caderno 1)

Cotações							Total
Questões – Caderno 1	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	
Pontos	10	10	20	10	10	20	80

CADERNO 2
(Não é permitido o uso de calculadora.)

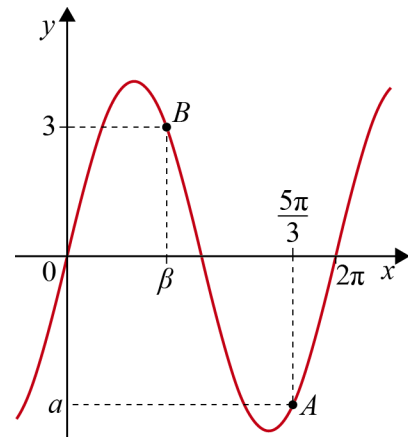
1. Na figura está representado o triângulo $[ABC]$, tal que, fixada uma unidade, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 6$ e $\overline{AC} = 3$.
O valor de $\cos \theta$ é:



- (A) $-\frac{1}{9}$
- (B) $\frac{19}{21}$
- (C) $\frac{11}{21}$
- (D) $\frac{6}{7}$
2. Determina o valor exato de $\sin \frac{7\pi}{3} + 3 \cos \left(-\frac{\pi}{6}\right) - \tan \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$.
3. De um ângulo de amplitude α , sabe-se que $\sin(90^\circ + \alpha) = -\frac{2}{5}$ e $180^\circ < \alpha < 360^\circ$.
Calcula o valor da expressão $\sin(180^\circ + \alpha) - \sin(450^\circ - \alpha) + \tan(180^\circ + \alpha)$.
4. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
- (A) $\forall x \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right[, \sin(2x) \cos x < 0$
- (B) $\exists x \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right[: \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) $\forall x \in \left] \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right[, \cos(2x) - \sin x < 0$
- (D) $\exists x \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[: \cos x > 0$

5. Na figura está representada graficamente parte da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 4 \sin x$. Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem ao gráfico de g ;
- o ponto A tem abcissa $\frac{5\pi}{3}$ e ordenada a ;
- o ponto B tem ordenada 3 e abcissa β .



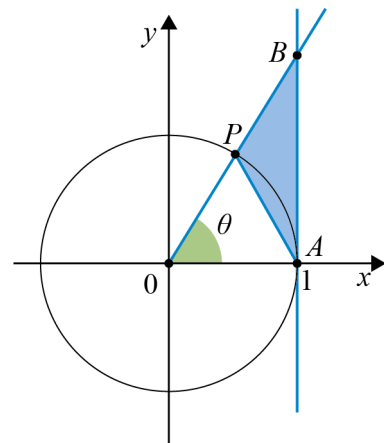
5.1. Determina o valor de a .

5.2. Atendendo às coordenadas do ponto B , calcula o valor de $g\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$.

6. No referencial ortonormado da figura está representada a circunferência trigonométrica, à qual pertencem os pontos A e P .

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$;
- $\widehat{AOP} = \theta$ rad, sendo $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$;
- o ponto B é o ponto de interseção da reta OP e da reta definida pela equação $x = 1$.



6.1. A medida da área do triângulo $[ABP]$ é dada, em função de θ , pela expressão:

- (A) $\frac{\tan \theta - \sin \theta}{2}$ (B) $\frac{\tan \theta \cos \theta}{2}$
- (C) $\frac{\sin \theta \cos \theta}{2}$ (D) $\frac{\tan \theta}{2}$

6.2. Determina a medida da área do triângulo $[ABP]$ no caso do ponto P ter ordenada $\frac{4}{5}$.

FIM (Caderno 2)

Cotações									
Caderno 1 (com calculadora)									
Questões	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.			
Pontos	10	10	20	10	10	20	Total		80
Caderno 2 (sem calculadora)									
Questões	1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	
Pontos	10	20	20	10	10	20	10	20	Total
Total									200

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência: αr

(α : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;

r : raio)

Área de um polígono regular: Semiperímetro \times Apótema

Área de um setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$

(α : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r : raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(r : raio da base; g : geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(r : raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ Área da base \times Altura

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times$ Área da base \times Altura

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ (r : raio)

PROGRESSÕES

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

TRIGONOMETRIA

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

COMPLEXOS

$$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta) \quad \text{ou} \quad (\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \quad \text{ou} \quad \sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$$

$$(k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$$

PROBABILIDADES

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u v)' = u' v + u v'$$

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n u^{n-1} u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

LIMITES NOTÁVEIS

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$