CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica.)

1. $B\hat{A}C = 180° - 60° - 72° = 48°$

Atendendo à lei dos senos: $\dfrac{\sin 72°}{24} = \dfrac{\sin 60°}{\overline{AB}} = \dfrac{\sin 48°}{\overline{BC}}$

$\overline{AB} = \dfrac{24 \sin 60°}{\sin 72°} \approx 21,854$

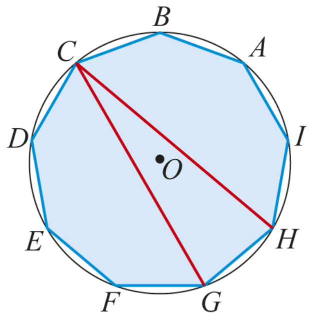
$\overline{BC} = \dfrac{24 \sin 48°}{\sin 72°} \approx 18,753$

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} \approx 64,6$. Como $64 < \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} < 66$, deve ser escolhida a corda com 66 m de comprimento.

Resposta: A opção correta é a (**C**).

2.

2.1. $G\hat{O}H = \dfrac{360°}{9} = 40°$



Sabe-se que $-2000° = -200° - 5 \times 360°$

$R_{(O,-200°)}(A) = E$

Resposta: A opção correta é a (**C**).

2.2. Como o ângulo GCH é inscrito na circunferência, $G\hat{C}H = \dfrac{G\hat{O}H}{2} = 20°$.

Aplicando a lei dos cossenos (Teorema de Carnot) relativamente ao triângulo [GHC], tem-se:

$\overline{GH}^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \times 8 \times 8 \cos 20° \Leftrightarrow \overline{GH}^2 = 128 - 128 \cos 20°$

Então, $\overline{GH} \approx 2,778\ 37$.

Designando por P a medida do perímetro do eneágono, $P = 9 \times \overline{GH} \approx 25,01$.

Resposta: O perímetro do eneágono é, aproximadamente, 25,01 cm.

3. $A\hat{D}C = C\hat{B}A = 130°$

$$D\hat{C}B = \frac{360° - 2\times 130°}{2} = 50°$$

Pela lei dos cossenos aplicada ao triângulo [*ACD*], tem-se

$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 4^2 - 32\cos 130°}$, pelo que $\overline{AC} \approx 7{,}250\ 46$.

Pela lei dos cossenos aplicada ao triângulo [*DBC*], tem-se:

$\overline{DB} = \sqrt{4^2 + 4^2 - 32\cos 50°}$, pelo que $\overline{DB} \approx 3{,}380\ 95$.

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AC}\times\overline{DB}}{2} \approx 12{,}26$$

Resposta: A opção correta é a **(D)**.

4. A razão entre as medidas do comprimento do arco *RS* e do raio é $\frac{15}{12}$, ou seja, 1,25.

Então, $R\hat{C}S = 1{,}25$ rad .

Seja x a amplitude, em graus, do ângulo *RCS*.

Como π rad corresponde a $180°$, então: $x = \frac{1{,}25\times 180}{\pi} \approx 71{,}62°$.

Assim, $R\hat{P}S = \frac{R\hat{C}S}{2} \approx 36°$.

Resposta: A opção correta é **(A)**.

5. $A\hat{O}B = 40°$; $B\hat{O}C = 60°$; $A\hat{O}C = 100°$

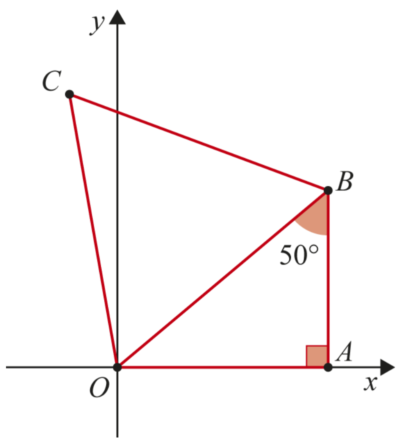
$\sin 50° = \frac{4}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \overline{OB} = \frac{4}{\sin 50°}$, logo $\overline{OB} \approx 5{,}2216$.

Sendo *C*(*x*, *y*), sabe-se que:

$x = \overline{OC}\cos 100°$ e $y = \overline{OC}\sin 100°$

Assim: $x \approx -0{,}91$ e $y \approx 5{,}14$.

Resposta: O ponto *C* tem coordenadas, aproximadamente, $(-0{,}91\ ;\ 5{,}14)$.



FIM (Caderno 1)

Cotações							Total
Questões – Caderno 1	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	
Pontos	10	10	20	10	10	20	80

CADERNO 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

1. $9 = 36 + 49 - 84\cos\theta \iff \cos\theta = \frac{76}{84} \iff \cos\theta = \frac{19}{21}$

Resposta: A opção correta é a **(B)**.

2. $\sin\frac{7\pi}{3} + 3\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = 2\sqrt{3} - 1$

Resposta: O valor exato da expressão é $2\sqrt{3} - 1$.

3. $\sin(180^\circ + \alpha) - \sin(450^\circ - \alpha) + \tan(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha - \sin(90^\circ - \alpha) + \tan\alpha =$

$= -\sin\alpha - \cos\alpha + \tan\alpha$

Sabe-se que:

$\sin(90^\circ + \alpha) = -\frac{2}{5} \ \wedge \ 180^\circ < \alpha < 360^\circ \iff \cos\alpha = -\frac{2}{5} \ \wedge \ 180^\circ < \alpha < 360^\circ$

Conclui-se que $\alpha \in 3.^\text{o}\text{Q}$.

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \iff \sin^2\alpha + \frac{4}{25} = 1 \iff \sin^2\alpha = \frac{21}{25} \iff$

$\iff \sin\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5} \ \vee \ \sin\alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$

Como $\alpha \in 3.^\text{o}\text{Q}$, então $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$, pelo que $\tan\alpha = \frac{-\frac{\sqrt{21}}{5}}{-\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

Assim, $-\sin\alpha - \cos\alpha + \tan\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5} + \frac{2}{5} + \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{2\sqrt{21} + 5\sqrt{21}}{10} + \frac{2}{5} = \frac{4 + 7\sqrt{21}}{10}$.

4. Atendendo a que $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < 2x < \frac{3\pi}{2}$, conclui-se que $\cos(2x) < 0$ e $\sin x > 0$.

Então, $\forall x \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right[$, $\cos(2x) - \sin x < 0$.

Resposta: A opção correta é **(C)**.

5.

5.1. $a = g\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 4\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 4\times\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) = -4\frac{\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3}$

Resposta: O valor de a é $-2\sqrt{3}$.

5.2. $g\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right) = 4\cos\beta$

Sabe-se que $g(\beta) = 3 \ \wedge \ \beta \in 2.^{\circ}\mathrm{Q}$.

$4\sin\beta = 3 \ \Leftrightarrow \ \sin\beta = \frac{3}{4}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \ \Leftrightarrow \ \frac{9}{16} + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \ \cos^2\beta = \frac{7}{16} \Leftrightarrow$

$\cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{4} \vee \cos\beta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

Como $\beta \in 2.^{\circ}\mathrm{Q}$, conclui-se que $\cos\beta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

$g\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right) = 4\cos\beta = 4\times\left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right) = -\sqrt{7}$

6.

6.1. Seja R a projeção ortogonal de P sobre a reta AB.

$$A_{[ABP]} = \frac{\overline{AB}\times\overline{PR}}{2} = \frac{\tan\theta\times(1-\cos\theta)}{2} = \frac{\tan\theta - \tan\theta\cos\theta}{2} = \frac{\tan\theta - \sin\theta}{2}$$

Resposta: A opção correta é **(A)**.

6.2. Se a ordenada de P é $\frac{4}{5}$, então $\sin\theta = \frac{4}{5}$.

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Leftrightarrow \frac{16}{25} + \cos^2\theta = 1 \Leftrightarrow \cos^2\theta = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos^2\theta = \frac{9}{25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\theta = \frac{3}{5} \vee \cos\theta = -\frac{3}{5}$$

Como $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, conclui-se que $\cos\theta = \frac{3}{5}$.

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

Assim, $A_{[ABP]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{PR}}{2} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{4}{5}}{2} = \frac{4}{15}$.

Resposta: A medida da área do triângulo $[ABP]$ é $\frac{4}{15}$.

FIM (Caderno 2)

Cotações										
	Caderno 1 (com calculadora)									
Questões	**1.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.**	**5.**				
Pontos	10	10	20	10	10	20		**Total**		**80**
	Caderno 2 (sem calculadora)									
Questões	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1**	**6.2.**		
Pontos	10	20	20	10	10	20	10	20	**Total**	**120**
Total										**200**