Novo Espaço – Matemática A 11.º ano

Proposta de Teste [novembro - 2017]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ / ____ / ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica)

1. No intervalo $\left[-\frac{\pi}{6}, 2\pi\right]$ a equação $\cos x = k$ tem três soluções:

O valor de k pode ser:

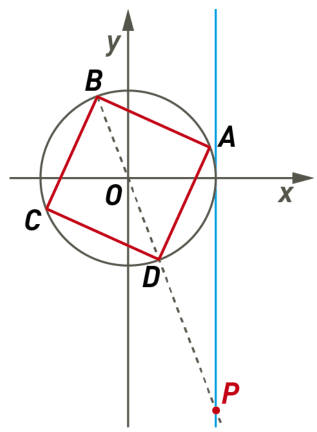
(A) $0,85$ **(B)** $-0,86$

(C) $0,87$ **(D)** $0,86$

2. A equação $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2\sin(\pi+x)=\frac{1}{3}$ tem duas soluções no intervalo $]-\pi, 0[$.

Determina valores arredondados às milésimas dessas soluções.

3. Na figura está representada a circunferência trigonométrica e nela inscrito o quadrado $[ABCD]$.



Sabe-se que a reta BD interseta a reta de equação $x = 1$ no ponto P de ordenada $-2,7$.

A abcissa do ponto B, arredondada às centésimas, é:

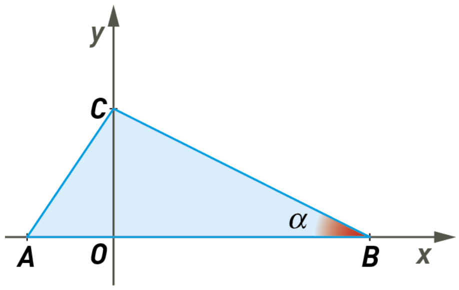
(A) $-0,35$ **(B)** $-0,94$

(C) $0,35$ **(D)** $-0,28$

4. No referencial o.n. xOy está representado um triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que:

- os vértices A e B pertencem a Ox e o vértice C pertence a Oy;
- o ponto A tem coordenadas $(-2,0)$;
- $C\hat{B}A=\alpha$
- a reta BC é definida pela equação $y=-\frac{x}{2}+3$.



4.1. Determina o valor de $\tan(\alpha)$.

4.2. Mostra que o valor do produto escalar $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ é 48.

FIM (Caderno 1)

Cotações						Total
Questões - Caderno 1	1.	2.	3.	4.1.	4.2.	
Pontos	15	18	15	12	20	80

CADERNO 2
(Não é permitido o uso de calculadora)

5. Considera a função *f*, de domínio $[0,\ 2\pi]$, definida por $f(x)=\sin(2x)+\sin x$.

5.1. Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que a medida do lado de um quadrado é igual a $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$. Então, a medida da área desse quadrado é:

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** 3 **(C)** $\frac{27}{4}$ **(D)** $\frac{3}{4}$

5.2. Determina os zeros da função *f*.

6. Das seguintes afirmações indica a falsa.

(A) $\forall x \in \left]-\pi, -\frac{\pi}{2}\right[,\ \sin x.\cos x > 0$

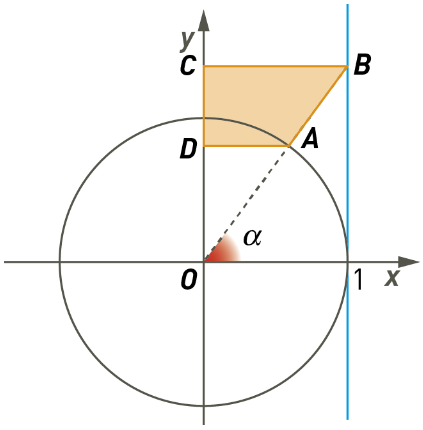
(B) $\exists x \in \left]0, \frac{\pi}{3}\right[: \cos(2x) < 0$

(C) $\exists x \in \left]0, \frac{\pi}{3}\right[: \sin(2x) < 0$

(D) $\forall x \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[,\ \cos(-x) > 0$

7. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy, a circunferência trigonométrica.
O ponto *A* pertence à circunferência e α é a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e lado extremidade a semirreta $\dot{O}A$ $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

A semirreta $\dot{O}A$ interseta a reta $x=1$ no ponto *B*.
O quadrilátero [*ABCD*] é um trapézio retângulo em que os vértices *C* e *D* pertencem a Oy.



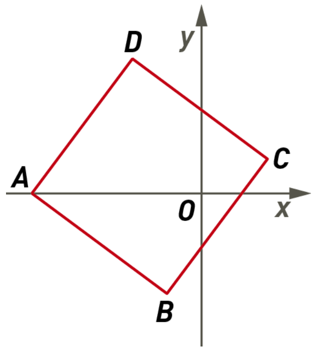
7.1. Para uma posição do ponto *A*, tem-se $\overline{BC}-\overline{AD}=\frac{1}{2}$.

Determina o valor de α para essa posição de *A*.

7.2. Sabe-se que $\overline{OD}=\frac{3}{4}$, para uma posição do ponto *A*. Mostra, nesse caso, que $\overline{OC}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$.

7.3. Mostra que a área do trapézio, em função de α, é dada por $\frac{\sin^3\alpha}{2\cos\alpha}$.

8. Na figura, em referencial o.n. xOy, está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado igual a 5.



Sabe-se que:

- a reta BC é definida pela equação $y=\dfrac{4x-5}{3}$;
- o ponto A tem coordenadas $(-5,0)$.

8.1. Determina, na forma reduzida, uma equação da reta AD.

8.2. O valor exato de $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AD}$ é:

(A) $\dfrac{3}{5}$ **(B)** 5 **(C)** 15 **(D)** 9

FIM (Caderno 2)

Cotações										
	Caderno 1 (com calculadora)									
Questões	**1.**	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**					
Pontos	15	18	15	12	20				**Total**	**80**
	Caderno 2 (sem calculadora)									
Questões	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.1**	**8.2**		
Pontos	15	20	15	10	15	15	15	15	**Total**	**120**
Total										**200**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência: αr

(α *– amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r *– raio)*

Áreas de figuras planas

Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Setor circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$

(α *– amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r *– raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(r *– raio da base;* g *– geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(r *– raio*)

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Cone: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ *(r – raio)*

PROGRESSÕES

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\dfrac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \dfrac{1-r^n}{1-r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\dfrac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

$(k \in \{0, \ldots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$