Novo Espaço – Matemática A 11.º ano

Proposta de teste de avaliação [novembro – 2018]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado de cada caderno.

CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica.)

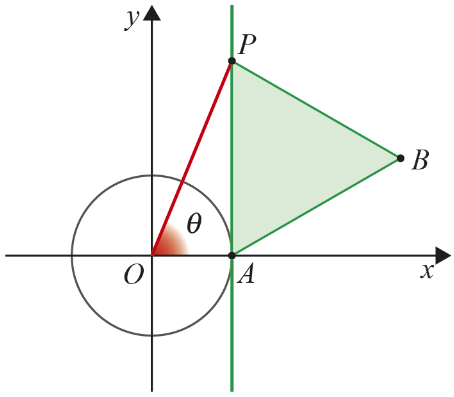
1. Na figura está representada, num referencial o.n. *Oxy*, a circunferência trigonométrica de centro *O* e raio 1.

Sabe-se que:

. o triângulo [*ABP*] é equilátero e o ponto *A* tem coordenadas $(1,0)$;

. o reta *AP* é paralela a *Oy* e *P* pertence ao 1.º quadrante;

. a amplitude, em radianos, do ângulo *AOP* é θ, com $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.



1.1. Determina o valor exato da medida da área do triângulo $[ABP]$ se $\theta = \frac{\pi}{4}$.

1.2. Para um determinado número real θ, o perímetro do triângulo [*ABP*] é 38.

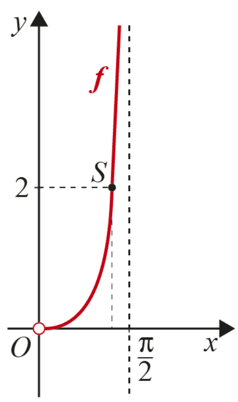
O valor de θ arredondado às centésimas é:

(A) $85,49$ **(B)** $1,54$ **(C)** $1,49$ **(D)** $88,49$

1.3. Considerando $\theta = \frac{\pi}{3}$, a abcissa do ponto *B* é:

(A) $\frac{5}{2}$ **(B)** $\sqrt{7}$ **(C)** $2\sqrt{3}$ **(D)** $2,75$

1.4. Na figura, num referencial o.n. *Oxy*, encontra-se parte do gráfico da função *f*, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, em que $f(\theta)$ representa a área do triângulo [*ABP*].



O ponto *S* pertence ao gráfico de *f* e tem ordenada 2.

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina a abcissa do ponto *S*.

Na tua resolução deves apresentar:

. a expressão de $f(\theta)$;

. o valor da abcissa de *S* arredondado às milésimas.

2. A equação $2-\sin x=\sqrt{7}$ num dado intervalo tem três soluções.

Esse intervalo pode ser:

(A) $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$ **(B)** $\left[\frac{7\pi}{6}, \pi\right]$ **(C)** $\left[-\frac{\pi}{4}, 2\pi\right]$ **(D)** $\left[-\frac{\pi}{6}, 2\pi\right]$

FIM (Caderno 1)

Cotações						Total
Questões – Caderno 1	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	2.	
Pontos	15	12	12	25	12	76

CADERNO 2
(Não é permitido o uso de calculadora.)

3. Qual é o valor de $\arctan\left(\sqrt{3}\right)-\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$?

(A) 0 **(B)** $\frac{\pi}{6}$ **(C)** π **(D)** $-\frac{\pi}{3}$

4. Considera a equação $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\sin\left(3x\right)=\frac{3}{4}$.

Qual dos seguintes valores é solução da equação?

(A) $-\frac{\pi}{2}$ **(B)** $\frac{\pi}{3}$ **(C)** $-\pi$ **(D)** $\frac{\pi}{6}$

5. Seja *f* a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, definida por:

$$f\left(x\right)=\tan\left(x\right)\sin\left(x\right)+\sqrt{3}\sin\left(x\right)$$

Determina os zeros de *f*.

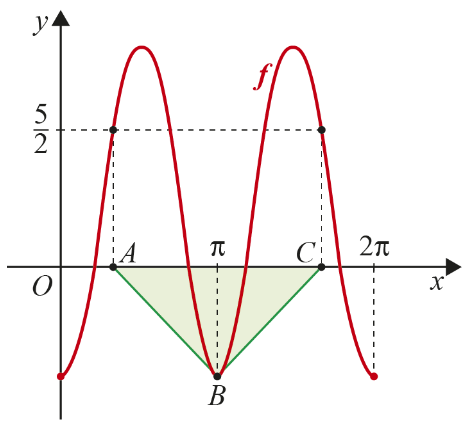
6. Na figura, num referencial o.n. *Oxy*, está representada a função *f*, de domínio $\left[0, 2\pi\right]$, definida por:

$$f\left(x\right)=1-3\cos\left(2x\right)$$

Em relação aos vértices do triângulo [*ABC*], sabe-se que:

. os vértices *A* e *C* pertencem ao eixo *Ox* e as abcissas são, respetivamente, a menor e a maior das soluções da equação $f\left(x\right)=\frac{5}{2}$;

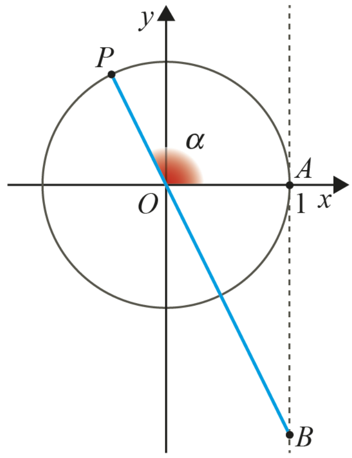
. o vértice *B* é o ponto do gráfico de *f* com abcissa π.



6.1. Mostra que $\overline{AC}=\frac{4\pi}{3}$.

6.2. Determina a medida da área do triângulo [*ABC*], atendendo ao resultado apresentado em **6.1.**

7. Na figura, num referencial o.n. Oxy, está representada a circunferência trigonométrica de centro O e raio 1.



Sabe-se que:

. o ponto A tem coordenadas $(1,0)$;

. o ponto P é do 2.º quadrante e pertence à circunferência;

. o ponto B é a interseção da reta OP com a reta que passa em A e é paralela a Oy;

. a amplitude, em radianos, do ângulo AOP é representada por α, com $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.

7.1. Determina a ordenada de B no caso de a abcissa de P ser $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Apresenta o resultado na forma de fração com denominador racional.

7.2. Seja f a função, de domínio $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$, definida por $f(x)=\sqrt{2-2\cos x}$.

Designando por d a distância entre os pontos A e P, mostra que $d=f(\alpha)$.

FIM (Caderno 2)

Cotações								Total
Questões – Caderno 2	**3.**	**4.**	**5.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.1.**	**7.2.**	
Pontos	12	12	20	25	15	20	20	**124**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência: αr
(α : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;
r : raio)

Área de um polígono regular: Semiperímetro $\times$ Apótema

Área de um setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$

(α : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r : raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(r : raio da base; g : geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(r : raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3}\times$ Área da base $\times$ Altura

Volume de um cone: $\frac{1}{3}\times$ Área da base $\times$ Altura

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r : raio)

PROGRESSÕES

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1+u_n}{2}\times n$

Progressão geométrica: $u_1\times\frac{1-r^n}{1-r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis}\theta)^n=\rho^n\operatorname{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n=\rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho\operatorname{cis}\theta}=\sqrt[n]{\rho}\operatorname{cis}\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}}=\sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}}$

$(k\in\{0,\ldots,n-1\}$ e $n\in\mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu=p_1x_1+\ldots+p_nx_n$

$\sigma=\sqrt{p_1(x_1-\mu)^2+\ldots+p_n(x_n-\mu)^2}$

Se X é $N(\mu,\sigma)$, então:

$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0{,}6827$

$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx 0{,}9545$

$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)'=u'+v'$

$(u\,v)'=u'\,v+u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\,v-u\,v'}{v^2}$

$(u^n)'=n\,u^{n-1}\,u' \quad (n\in\mathbb{R})$

$(\sin u)'=u'\cos u$

$(\cos u)'=-u'\sin u$

$(\tan u)'=\frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)'=u'\,e^u$

$(a^u)'=u'\,a^u\ln a \quad (a\in\mathbb{R}^+\setminus\{1\})$

$(\ln u)'=\frac{u'}{u}$

$(\log_a u)'=\frac{u'}{u\ln a} \quad (a\in\mathbb{R}^+\setminus\{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e \quad (n\in\mathbb{N})$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^p}=+\infty \quad (p\in\mathbb{R})$