



Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_ - \_\_\_\_ - \_\_\_\_

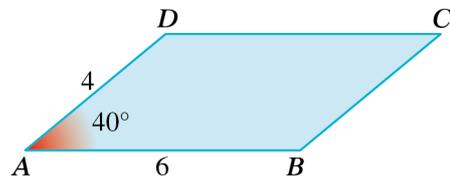
- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado de cada caderno.

**CADERNO 1**  
**(É permitido o uso de calculadora gráfica.)**

1. Na figura está representado o paralelogramo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- $\widehat{BAD} = 40^\circ$
- $\overline{AB} = 6$
- $\overline{AD} = 4$

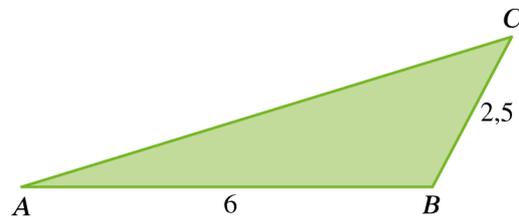


Determina o produto escalar  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ . Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

2. Na figura está representado o triângulo  $[ABC]$ .

Sabe-se que:

- $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = -7,5$
- $\overline{AB} = 6$
- $\overline{BC} = 2,5$

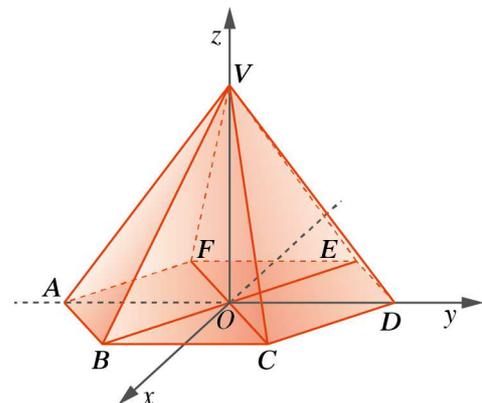


Determina  $\overline{AC} \cdot \overline{AC}$ .

3. Na figura, em referencial o.n.  $Oxyz$ , está representada uma pirâmide hexagonal regular.

Sabe-se que:

- a base  $[ABCDEF]$  está contida no plano  $xOy$ ;
- o vértice  $V$  tem coordenadas  $(0,0,6)$ ;
- o vértice  $C$  tem coordenadas  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ .



Determina:

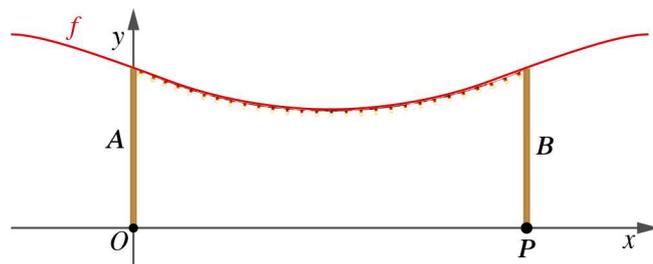
- 3.1. o valor do produto escalar  $\overline{CV} \cdot \overline{OC}$ ;
- 3.2. a medida do volume da pirâmide. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

4. Considera a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 4 - \sin(0,29x)$ .

A seguir está representado um fio com lâmpadas



O fio foi preso a duas colunas,  $A$  e  $B$ , com igual altura, e colocado um referencial o.n.  $Oxy$ , tal como é sugerido na figura seguinte, sendo o fio modelado pela função  $f$ .



Sabendo que a unidade do referencial corresponde a 1 m, determina, em metros:

- 4.1. a altura de cada coluna;
- 4.2. a distância, arredondada às unidades, entre as colunas  $A$  e  $B$ .

**FIM (Caderno 1)**

Cotações							Total
Questões – Caderno 1	1.	2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	
Pontos	12	15	12	15	12	14	80

**CADERNO 2**  
(Não é permitido o uso de calculadora.)

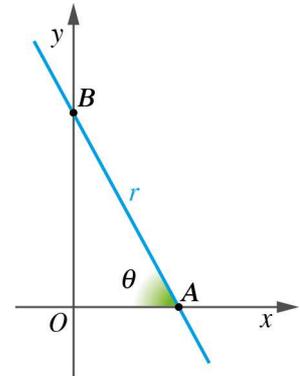
5. Na figura, em referencial o.n.  $Oxy$ , está representada uma reta  $r$  que intersesta os eixos coordenados  $Ox$  e  $Oy$ , respetivamente, nos pontos  $A$  e  $B$ .

A reta  $r$  é paralela à reta definida pela equação vetorial

$$(x, y) = (\sqrt{2}, -\sqrt{3}) + k(-3, 5), \quad k \in \mathbb{R}.$$

Sendo  $\widehat{BAO} = \theta$ , o valor de  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  é:

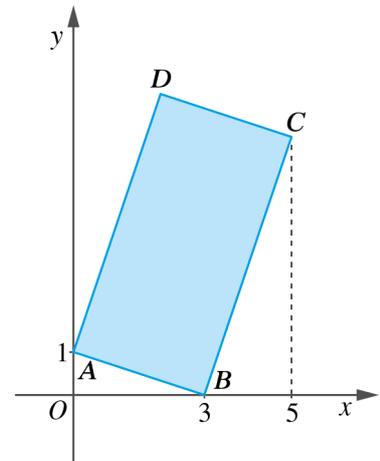
- (A)  $\frac{3\sqrt{34}}{34}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$   
 (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{5}$



6. Na figura, em referencial o.n.  $Oxy$ , está representado o retângulo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- o vértice  $A$  tem coordenadas  $(0,1)$ ;
- o vértice  $B$  tem coordenadas  $(3,0)$ ;
- o vértice  $C$  tem abcissa 5.



- 6.1. Representa a reta  $AD$  através de uma equação na forma reduzida.
- 6.2. Determina o perímetro do retângulo  $[ABCD]$ .
- 6.3. Considera a circunferência de centro em  $B$  e que passa em  $A$ . A interseção da circunferência com o eixo  $Ox$  é uma corda. Determina o comprimento dessa corda.



## FORMULÁRIO

### GEOMETRIA

**Comprimento de um arco de circunferência:**  $\alpha r$

( $\alpha$  : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  
 $r$  : raio)

**Área de um polígono regular:** Semiperímetro  $\times$  Apótema

**Área de um setor circular:**  $\frac{\alpha r^2}{2}$

( $\alpha$  : amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  : raio)

**Área lateral de um cone:**  $\pi r g$

( $r$  : raio da base;  $g$  : geratriz)

**Área de uma superfície esférica:**  $4\pi r^2$

( $r$  : raio)

**Volume de uma pirâmide:**  $\frac{1}{3} \times$  Área da base  $\times$  Altura

**Volume de um cone:**  $\frac{1}{3} \times$  Área da base  $\times$  Altura

**Volume de uma esfera:**  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  : raio)

### PROGRESSÕES

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão ( $u_n$ ):

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

### TRIGONOMETRIA

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

### COMPLEXOS

$$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta) \quad \text{ou} \quad (\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \left( \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \quad \text{ou} \quad \sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i \frac{\theta + 2k\pi}{n}}$$

$$(k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$$

### PROBABILIDADES

$$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$$

$$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$$

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

### REGRAS DE DERIVAÇÃO

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u v)' = u' v + u v'$$

$$\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n u^{n-1} u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

### LIMITES NOTÁVEIS

$$\lim \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$