



Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ - \_\_\_\_ - \_\_\_\_

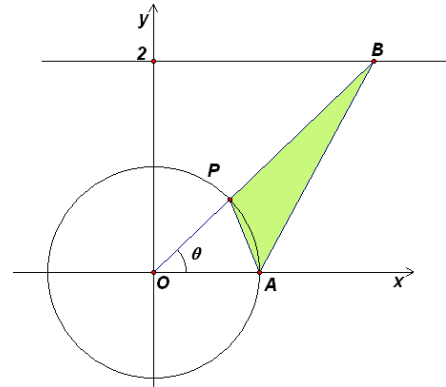
## 1.ª Parte

Para cada questão indica a opção que consideras correta.

1. Na figura estão representados um triângulo  $[ABP]$  e a circunferência trigonométrica.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1,0)$ ;
- $\widehat{AOP} = \theta$  rad, em que  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ .
- $B$  é o ponto de interseção da reta  $OP$  com a reta de equação  $y = 2$ .



Qual das seguintes expressões representa a área do triângulo  $[ABP]$  para qualquer  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$  ?

- (A)  $\frac{\sin \theta}{2}$       (B)  $1 - \frac{\sin \theta}{2}$       (C)  $1 - \cos \theta$       (D)  $1 + \frac{\cos \theta}{2}$

2. Em relação a um referencial o.n.  $Oxyz$ , considera o plano  $\beta$  definido por:

$$(x, y, z) = (-3, 7, 8) + a(2, -5, 0) + b(1, -4, 3); a, b \in \mathbb{R}$$

Qual dos seguintes vetores é normal ao plano  $\beta$  ?

- (A)  $(5, 2, -3)$       (B)  $(-2, 1, 2)$       (C)  $(5, 2, 1)$       (D)  $(7, 1, 4)$

3. Considera a sucessão  $(u_n)$  definida por:

$$u_n = \begin{cases} 6n+8 & \text{se } n \leq 5 \\ n^2+k & \text{se } n > 5 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

Sabe-se que  $(u_n)$  é **estritamente crescente**.

O valor de  $k$  pode ser:

- (A)  $-1$       (B)  $3$       (C)  $2$       (D)  $1$

4. Considera a sucessão  $(v_n)$  definida por recorrência por:

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{7}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Sabe-se que 250 é termo da sucessão.

A ordem deste termo é:

- (A) 73                      (B) 50                      (C) 65                      (D) 82

5. Em relação a uma sucessão  $(u_n)$  sabe-se que todos os termos são negativos e é crescente.

Das afirmações seguintes, indica a que é necessariamente verdadeira.

- (A) O conjunto dos termos da sucessão não tem minorantes  
(B)  $-1$  é um majorante do conjunto dos termos da sucessão  
(C) O conjunto dos termos da sucessão tem máximo.  
(D) A sucessão é limitada

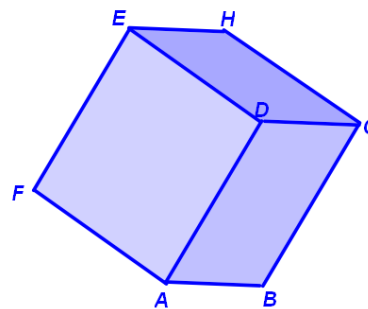
## 2.ª Parte

Dá respostas completas apresentando todos os cálculos e justificações necessárias.

1. Na figura está representado um cubo.

Em relação a um referencial o.n.  $Oxyz$ , sabe-se que:

- a base  $[ABCD]$  está contida no plano  $\alpha$  definido pela equação  $3x - y - 2z + 7 = 0$ ;
- o vértice  $F$  tem coordenadas  $(3, 8, -1)$ .



1.1. Determina uma equação do plano que contém a face oposta à face  $[ABCD]$ .

1.2. Calcula o volume do cubo, começando por determinar as coordenadas do vértice  $A$ .

2. Considera a sucessão  $(u_n)$  tal que  $u_n = \frac{3n-2}{n+1}$ .

2.1. Verifica se  $\frac{5}{2}$  é termo da sucessão. Em caso afirmativo, indica a respetiva ordem.

2.2. Mostra que a sucessão  $(u_n)$  é limitada, indicando um minorante e um majorante do conjunto dos seus termos.

2.3. Recorre à definição de limite de uma sucessão e mostra que  $\lim u_n = 3$ .

3. A Joana comprou um livro e estabeleceu um plano de leitura. O número de páginas que lê em cada dia está em progressão aritmética.

Sabe-se que:

- no 5.º dia leu 17 páginas;
- no 11.º dia leu 35 páginas;
- leu o livro em 18 dias.

Determina o número de páginas que tem o livro.



4. Considera a sucessão  $(u_n)$  definida por:

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 1 + 2u_n, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

4.1. Mostra que  $(u_n)$  não é uma progressão geométrica.

4.2. Seja  $(v_n)$  a progressão geométrica em que  $v_1 = \frac{u_3 - u_2}{2}$  e a razão é 2.

Determina a ordem do termo 32 768, sabendo que  $2^{15} = 32\,768$ .

4.3. Prova, por indução matemática, que  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^{n+1} - 1$ .

5. Calcula, caso exista:

5.1.  $\lim \frac{(n+1)^2 - 3n}{(2n+1)^2}$

5.2.  $\lim (\sqrt{n^2 - n} - 2n)$

5.3.  $\lim \frac{\sqrt{n^2 + 3n} - n}{3}$

5.4.  $\lim (S_n)$ , sendo  $S_n$  a soma dos termos da progressão geométrica  $(u_n)$  definida por

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{4}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

FIM