SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR DO PROGRAMA E METAS CURRICULARES MATEMÁTICA A 11.º ANO

ASA

Expoente[11]

SUGESTÕES DE GESTÃO FLEXÍVEL DO PROGRAMA E METAS CURRICULARES DE MATEMÁTICA A

Apesar de considerarmos que a opção mais adequada é seguir a sequência proposta no manual *Expoente*^{11}, tendo em consideração as sugestões de gestão flexível que constam no documento «Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A», apresentamos outra possibilidade de gestão curricular, tendo sempre por base o manual *Expoente*^{11}.

Os exercícios e os problemas apresentados devem ser selecionados de acordo com as características dos alunos/turmas.

Os exercícios e os problemas que o professor opte por não resolver em sala de aula, podem ser resolvidos pelos alunos de forma autónoma. O professor poderá disponibilizar aos seus alunos as resoluções respetivas, disponíveis quer no *Dossier do Professor* quer em 20 AULA DIGITAL.

NOTAS

Certos descritores encontram-se assinalados com o símbolo «+».

Relativamente aos que correspondem a propriedades que os alunos devem reconhecer, a procedimentos que devem efetuar ou a problemas que devem resolver, especificaram-se nos Cadernos de Apoio diferentes níveis de desempenho.

No caso da resolução de problemas, o símbolo «+» aparece sempre, pois é inevitável que se possam considerar diferentes níveis de desempenho.

Quanto aos relativos a propriedades que os alunos devem provar, entende-se que, embora todos devam conhecer o resultado em causa e saber aplicá-lo, a elaboração da respetiva demonstração é facultativa, não sendo portanto exigível aos mesmos.

Os descritores de um mesmo objetivo geral, relativos a demonstrações muito semelhantes entre si, encontram-se assinalados com o símbolo «#», ficando ao critério do professor quais devem ser tratados como exemplo.

Nas turmas onde os alunos não trabalharam, no ano letivo 2015/2016, todos os conteúdos relativos ao domínio *Funções Reais de Variável Real*, sugerem-se as seguintes opções:

- **Opção A**: Lecionar os domínios pela sequência SUC11, FRVR11, TRI11, GA11 e EST11, trabalhando os conteúdos em falta de FRVR10 quando se lecionar FRVR11.
- **Opção B**: Seguir a sequência apresentada no programa: TRI11, GA11, SUC11, FRVR11 e EST11. Neste caso, dever-se-á ter em consideração que alguns conceitos de FRVR10 são necessários para TRI11, tal como se específica na página seguinte.

Nas turmas cujos alunos não trabalharam em 2015/2016, o domínio *Estatística* (EST10), a utilização do sinal de somatório e de algumas das respetivas regras operatórias deve ser limitada à sua contribuição para a compreensão e manipulação prática das fórmulas da média, da variância e do desvio-padrão de uma amostra ou de percentis.

MANUAL VOL. 1 PÁGINAS	SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR

TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS TRI11

Extensão da trigonometria a ângulos retos e obtusos e resolução de triângulos

1. Definir as razões trigonométricas dos ângulos retos e obtusos e resolver triângulos — 12 a 26

Orientação de ângulos num plano e rotações

2. Definir ângulos orientados e as respetivas medidas de amplitude

3. Definir rotações segundo ângulos orientados

4. Definir ângulos generalizados

5. Definir as razões trigonométricas dos ângulos generalizados

6. Definir medidas de ângulos em radianos

7. Definir funções trigonométricas e deduzir propriedades

(2. a 7.: 27 a 74)

8. Definir funções trigonométricas inversas

1. +Reconhecer que as funções sin: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1,1]$, cos: $[0,\pi] \to [-1,1]$ e tan: $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\to \mathbb{R}$, obtidas por restrição respetivamente das funções sin, cos e tan aos intervalos indicados e tomando para conjuntos de chegada os respetivos contradomínios, são bijetivas e designar as bijeções recíprocas por "(função) arco-seno" (arcsin ou arcsen), "(função) arco-cosseno" (arccos) e "(função) arco-tangente" (arctan ou arctg), respetivamente, sabendo que são valores aproximados destas funções que as calculadoras fornecem, associados às teclas, respetivamente, $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ e $\tan^{-1}$, desde que esteja selecionado o radiano para unidade de medida dos ângulos.

75 a 78

Caso não tenha lecionado no 10.º ano, deverá introduzir o conceito de função inversa e a relação entre o gráfico de uma função *f* e o gráfico da função que dela resulta por dilatação/contração da variável independente.

9. Resolver problemas — 96 a 114

SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR	MANUAL VOL. 1 PÁGINAS	
		# GEOMETRIA ANALÍTICA GA11
		Declive e inclinação de uma reta
Não se sugerem alterações relativamente ao que é proposto no manual.	119 a 121	***1. Definir a inclinação de uma reta***
		Produto escalar
	122 a 164	***2. Definir e conhecer propriedades do produto escalar de vetores***
		3. Determinar equações de planos no espaço
	168 a 184	***4. Resolver problemas***

SUCESSÕES SUC11

MANUAL VOL. 2 PÁGINAS	SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR

Generalidades sobre sucessões

1. Caracterizar o conjunto dos majorantes e dos minorantes de um conjunto de números reais

2. Estudar propriedades elementares de sucessões reais

6 a 18

Princípio de Indução matemática

3. Utilizar o princípio de indução matemática 19 a 25

Progressões aritméticas e geométricas

4. Calcular o termo geral de progressões aritméticas e geométricas

5. Calcular a soma de um número finito de termos de progressões aritméticas e geométricas

26 a 42

Limites de sucessões

6. Definir o limite de uma sucessão

12. #Provar, dadas duas sucessões (u_n) e (v_n) convergentes, com limites respetivamente iguais a l_1 e l_2, que a sucessão $(u_v v_n)$ é convergente e que $\lim u_v v_n = l_1 l_2$. 73

13. #Provar, dada uma sucessão (u_n) convergente de termos não nulos, com limite l_1 não nulo, que $\lim \frac{1}{u_n} = \frac{1}{l_1}$ e justificar que se for também dada uma sucessão $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergente, com limite l_2, então a sucessão $\left(\frac{v_n}{u_n}\right)$ é convergente e $\lim \frac{v_n}{u_n} = \frac{l_2}{l_1}$. 73 74

14. #Provar, dada uma sucessão convergente (u_n) e um número real a, que a sucessão de termo geral au_n é convergente e que $\lim(au_n) = a\lim u_n$. 74

15. #Provar, dada uma sucessão convergente (u_n) e um número racional r, que, se $r \in \mathbb{N}$, ou se os termos da sucessão forem todos não negativos e r for positivo, ou ainda se os termos da sucessão forem todos positivos, então a sucessão de termo geral $(u_n)^r$ é convergente e $\lim(u_n)^r = (\lim u_n)^r$. 74

17. #Provar, dadas sucessões (u_n) e (v_n), com limites respetivamente $-\infty$ e $l \in \mathbb{R}$ (ou ambas com limite $-\infty$), que $\lim(u_n + v_n) = -\infty$ e representar esta propriedade por "$-\infty + l = -\infty$" (ou por "$-\infty + (-\infty) = -\infty$"). 77 78

19. #Provar, dadas sucessões (u_n), com limite $+\infty$, e (v_n) com limite $l \in \mathbb{R}^+$ ou $+\infty$ (respetivamente com limite $l \in \mathbb{R}^-$ ou $-\infty$), que $\lim(u_n v_n) = +\infty$ (respetivamente $\lim(u_n v_n) = -\infty$) e representar estas propriedades por "$(+\infty) \times l = +\infty$" e "$(+\infty) \times (+\infty) = +\infty$" (respetivamente por "$(+\infty) \times l = -\infty$" e "$(+\infty) \times (-\infty) = -\infty$"). 79

Dos descritores assinalados com os números 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 23, 24 e 25 poderá selecionar apenas um ou dois deles para demonstrar na aula.

Os alunos deverão saber aplicar o conteúdo destes descritores ao cálculo dos limites de sucessões e saber justificar esses procedimentos.

SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR	MANUAL VOL. 2 PÁGINAS	
Dos descritores assinalados com os números 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 23, 24 e 25 poderá selecionar apenas um ou dois deles para demonstrar na aula. Os alunos deverão saber aplicar o conteúdo destes descritores ao cálculo dos limites de sucessões e saber justificar esses procedimentos.	80	**20.** #Provar, dadas sucessões (u_n), com limite $-\infty$, e (v_n) com limite $l \in \mathbb{R}^+$ (respetivamente com limite $l \in \mathbb{R}^-$ ou $-\infty$), que $\lim(u_n v_n) = -\infty$ (respetivamente $\lim(u_n v_n) = +\infty$) e representar esta propriedade por "$(-\infty) \times l = -\infty$" (respetivamente por "$(-\infty) \times l = +\infty$" e "$(-\infty) \times (-\infty) = +\infty$").
	81	**21.** #Provar, dada uma sucessão (u_n) com limite $+\infty$ e de termos não negativos (respetivamente com limite $-\infty$) e um número racional r positivo (respetivamente $r \in \mathbb{N}$), que a sucessão de termo geral u_n^r tem limite $+\infty$ (respetivamente tem limite $+\infty$ se r for par e limite $-\infty$ se r for ímpar) e representar esta propriedade por "$(+\infty)^r = +\infty$" (respetivamente por "$(-\infty)^r = +\infty$" se r for par e por "$(-\infty)^r = -\infty$" se r for ímpar).
	82	**23.** #Provar, dada uma sucessão (v_n) de termos não nulos, positiva a partir de certa ordem, com limite nulo ("$\lim v_n = 0^+$"), que $\lim \frac{1}{v_n} = +\infty$ e representar esta propriedade por "$\frac{1}{0^+} = +\infty$".
	83	**24.** #Provar, dada uma sucessão (v_n) de termos não nulos, positiva a partir de certa ordem, com limite nulo ("$\lim v_n = 0^-$"), que $\lim \frac{1}{v_n} = -\infty$ e representar esta propriedade por "$\frac{1}{0^-} = -\infty$".
	83	**25.** #Provar, dada uma sucessão (v_n) de termos não nulos e a tender para $+\infty$ ou para $-\infty$, que $\lim \frac{1}{v_n} = 0$ e representar esta propriedade por "$\frac{1}{\infty} = 0$".
	44 a 57 98 a 104	***7. Resolver problemas***

FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL FRVR11

MANUAL VOL. 3 PÁGINAS	SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR

Se houver conteúdos do domínio FRVR10 que ainda não tenham sido abordados, devem ser lecionados neste momento.

Limites segundo Heine de funções reais de variável real

1. Definir limite de uma função num ponto e estudar as respetivas propriedades fundamentais

2. Definir a noção de continuidade e as respetivas propriedades fundamentais

3. Definir assíntotas ao gráfico de uma função

16 a 62

4. Resolver problemas

5. +Resolver problemas envolvendo a determinação de assíntotas ao gráfico de funções racionais e de funções definidas pelo radical de uma função racional. 68 a 85

Derivadas de funções reais de variável real e aplicações

5. Definir a noção de derivada 86 a 91

Caso haja necessidade, para uma melhor gestão do tempo no 11.º ano, a segunda parte deste descritor poderá ser trabalhada apenas no 12.º ano.

6. Aplicar a noção de derivada à cinemática do ponto

1. Identificar, fixados um instante τ_0 para origem das medidas de tempo, uma unidade de tempo T, uma reta numérica r com unidade de comprimento L e um intervalo I, uma função $p\colon I \to \mathbb{R}$, como "função posição de um ponto P que se desloca na reta r durante o intervalo de tempo I", se, para cada $t \in I$, $p(t)$ for a abcissa do ponto de r que representa a posição que P ocupa, t unidades de tempo T depois de τ_0 se $t > 0$, ou $|t|$ unidades de tempo T antes de τ_0 se $t < 0$, designando também por "instante", neste contexto, cada $t \in I$. 92

2. Identificar, fixados um instante τ_0 para origem das medidas de tempo, uma unidade de tempo T, uma reta numérica r com unidade de comprimento L, um intervalo I, a função posição p de um ponto P que se desloca na reta r durante o intervalo de tempo I, e dados dois instantes $t_1 < t_2$ de I, a "velocidade média de P no intervalo de tempo $[t_1, t_2]$ na unidade L/T" como a taxa média de variação de p entre t_1 e t_2, $\dfrac{p(t_2) - p(t_1)}{t_2 - t_1}$, e, para $t \in I$, a "velocidade instantânea de P no instante t na unidade L/T" como a derivada de p em t, $p'(t)$, caso exista. 92

Caso haja necessidade, para uma melhor gestão do tempo no 11.º ano, estes descritores poderão ser trabalhados apenas no 12.º ano, no domínio *Funções Reais de Variável Real*, antes dos descritores 4.9 e 5.4.

7. Operar com derivadas

11. +Provar, dado um número natural par n (respetivamente dado um número natural ímpar $n > 1$), que uma função real de variável real f de domínio $\mathbb{R}^+$ (respetivamente de domínio $\mathbb{R}\backslash\{0\}$) definida por $f(x) = \sqrt[n]{x}$ é diferenciável e que, para todo o $x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$. 101

Caso haja necessidade, para uma melhor gestão do tempo no 11.º ano, este descritor poderá ser trabalhado apenas no 12.º ano.

SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR	MANUAL VOL. 3 PÁGINAS
Caso haja necessidade, para uma melhor gestão do tempo no 11.º ano, este descritor poderá ser trabalhado apenas no 12.º ano.	102

12. Provar, para todo o número racional α, que uma função real de variável real f de domínio $\mathbb{R}^+$ definida por $f(x) = x^\alpha$ é diferenciável e que, para todo o $x \in D_f$, $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$, considerando também estas funções como "funções de referência (para o cálculo de derivadas)" e saber de memória este resultado.

110 a 118

8. Aplicar a noção de derivada ao estudo de funções

9. Resolver problemas

Caso haja necessidade, para uma melhor gestão do tempo no 11.º ano, este descritor poderá ser trabalhado apenas no 12.º ano.

122 a 132

2. +Resolver problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas e mudanças de unidades de velocidade.

ESTATÍSTICA EST11

	MANUAL VOL. 3 PÁGINAS	SUGESTÕES DE GESTÃO CURRICULAR
Reta de mínimos quadrados, amostras bivariadas e coeficiente de correlação		No caso do domínio *Estatística 10* não ter sido lecionado ou não ter sido concluído no 10.º ano, o mesmo deve ser abordado agora. Para tal, sugere-se a utilização das apresentações PowerPoint que lhe enviamos em anexo.
1. Determinar os parâmetros da reta de mínimos quadrados	137 a 157	
2. Resolver problemas	160 a 170	

NOTA

A abordagem deve ser intuitiva, não demasiado formal e em contextos de realidade, tirando partido da utilização da tecnologia, nomeadamente da calculadora gráfica.