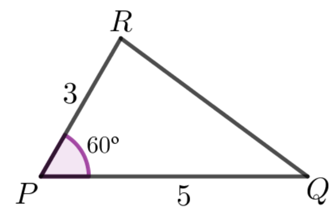
BANCO DE QUESTÕES – MATEMÁTICA A 11.º ANO

DOMÍNIO: Trigonometria e funções trigonométricas

1. Considera o triângulo $[PQR]$ e as medidas apresentadas na figura ao lado.

O comprimento do lado $[QR]$ é:

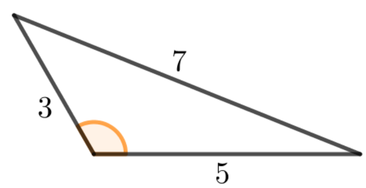


(A) 4 **(C)** 5

(B) $\sqrt{19}$ **(D)** $\sqrt{34}$

2. Considera um triângulo cujos lados medem 3, 5 e 7 unidades, respetivamente.

Qual é a amplitude do ângulo interno formado pelos lados de medidas 3 e 5?



(A) 100° **(C)** 120°

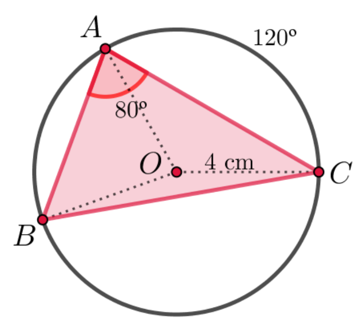
(B) 110° **(D)** 130°

3. Na figura ao lado está representado o triângulo $[ABC]$, inscrito numa circunferência de centro no ponto O e raio $4\,\text{cm}$.

Sabe-se que $B\hat{A}C = 80^\circ$ e $AC = 120^\circ$.

Determina a área do triângulo $[ABC]$.

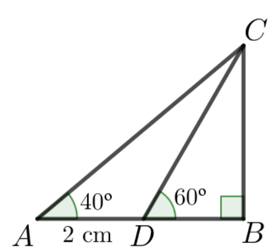
Apresenta o resultado em cm^2, arrendodado às centésimas.



4. Na figura ao lado, o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B e o ponto D pertence ao lado $[AB]$.

Sabe-se ainda que $\overline{AD} = 2\,\text{cm}$, $B\hat{A}C = 40^\circ$ e $B\hat{D}C = 60^\circ$.

Determina $\overline{BD}$, com aproximação às centésimas.



Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo
Matemática A 11.º ano

5. A figura seguinte é uma fotografia de um edifício, em que se representou o triângulo $[ABC]$, que esquematiza a estrutura triangular do telhado.

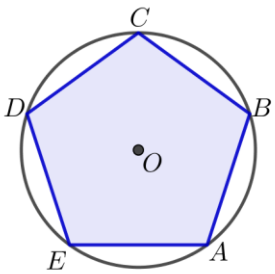
As medidas apresentadas no esquema são reais e tem-se:

- $\overline{AB} = 11{,}5\,\text{m}$;
- $\overline{AC} = 4{,}1\,\text{m}$;
- $B\hat{A}C = 27°$.

5.1 Verifica que, com arredondamento às décimas, $\overline{BC} \approx 8{,}1\ \text{m}$.

5.2 Determina $A\hat{C}B$, arredondado às unidades de grau.

6. Na figura ao lado, está representado um pentágono regular, $[ABCDE]$, inscrito numa circunferência com centro no ponto O .



Qual é o transformado do ponto E por uma rotação associada a um ângulo de amplitude $-432°$?

(A) A **(C)** C

(B) B **(D)** D

7. Para um certo número real α , tem-se, num dado referencial o.n. do plano, $\tan\alpha < 0$ e $\cos\alpha < 0$.

A que quadrante pertence o lado extremidade do ângulo de amplitude α ?

(A) 1º **(B)** 2º **(C)** 3º **(D)** 4º

8. Sendo α a amplitude de um ângulo do 4.º quadrante e $\tan^2\alpha = \frac{16}{9}$, então o valor de $\sin\alpha$ é:

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{3}{5}$ **(C)** $-\frac{3}{5}$ **(D)** $-\frac{4}{5}$

9. Seja β a amplitude de um ângulo do 2.º quadrante tal que $\cos\beta = -\frac{2}{3}$.

Qual das seguintes igualdades é falsa?

(A) $\cos(\beta+\pi) = -\frac{2}{3}$

(B) $\sin\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$

(C) $\cos(\beta-\pi) = -\frac{2}{3}$

(D) $\sin\left(\beta-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$

10. Seja $\alpha \in \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$. Determina o sinal da expressão $\frac{\sin\alpha \times \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$.

11. Considera uma circunferência de raio r e seja c o comprimento de um arco dessa circunferência.

Mostra que a amplitude desse arco é dada por $\frac{c}{r}$.

12. Seja f a função, de domínio $[-\pi, \pi]$, definida por $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right) - 1$.

Determina:

12.1 os zeros de f;

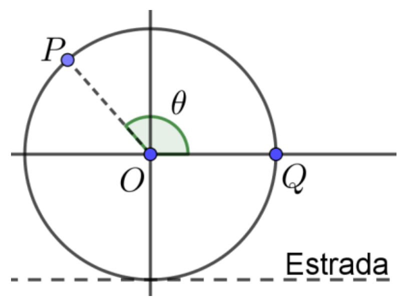
12.2 as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico de f com a reta de equação $y = -2$;

12.3 o período fundamental da função g definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x)$.

13. Uma bicicleta tem rodas com $60\ \text{cm}$ de diâmetro. Durante um passeio, numa estrada plana, um pequeno prego fixou-se numa das rodas, ficando a sua cabeça na superfície do pneu.

Na figura ao lado:

- a circunferência representa essa roda;
- o ponto O, centro da circunferência, representa o centro da roda;
- o ponto P representa a cabeça do prego;
- Q é um ponto da circunferência, tal que a reta OQ representa a reta do plano da roda que é paralela à estrada e que passa no centro da roda;
- θ é a amplitude do ângulo orientado com lados extremidade $\dot{O}Q$ e $\dot{O}P$.



Seja d a distância, em cm, da cabeça do prego à estrada, em função de θ, durante uma volta completa da roda.

13.1 Mostra que $d(\theta) = 30(1+\sin\theta)$, com $\theta \in [0, 2\pi]$.

13.2 Determina a distância, em cm, da cabeça do prego à estrada, quando $\theta = \frac{7\pi}{6}$.

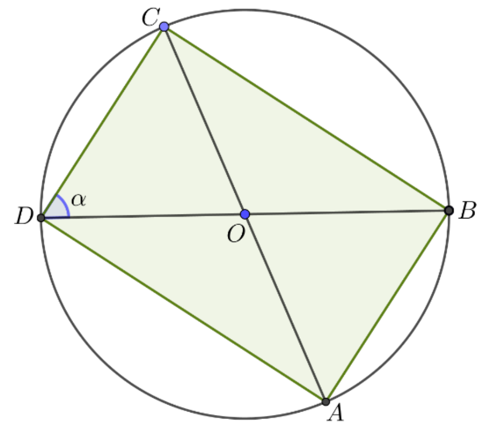
13.3 Resolve a equação $d(\theta) = 45$ e interpreta-a no contexto do problema.

13.4 Supõe que, após o prego se ter fixado na roda, a bicicleta percorreu $106{,}5$ metros até que o furo foi detetado.

Qual foi a amplitude da rotação efetuada pela cabeça do prego em torno do centro da roda?

Apresenta o resultado em radianos, e considera que a roda não derrapou e que rodou no sentido positivo.

14. Na figura ao lado, está representado um quadrilátero, $[ABCD]$, inscrito numa circunferência de raio 1. O centro da circunferência, O, é o ponto de interseção das diagonais do quadrilátero.



α é a amplitude do ângulo BDC, com $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

14.1 Justifica que o quadrilátero é um retângulo.

14.2 Mostra que a área, A, do retângulo, em função de α é dada por

$$A(\alpha)=4\times\sin\alpha\times\cos\alpha$$

14.3 Sabe-se que a área máxima do retângulo que se pode obter variando o valor de α é 2.

Determina o valor de α para o qual a área do retângulo é máxima e interpreta geometricamente o resultado.

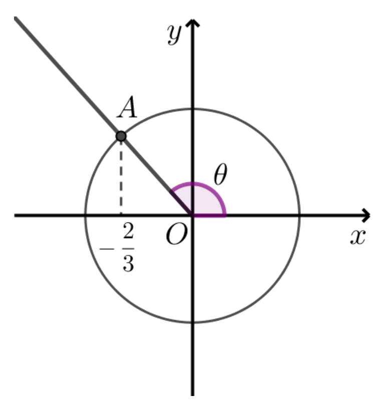
Na tua resolução, aplica a fórmula trigonométrica $2\times\sin\alpha\times\cos\alpha=\sin(2\alpha)$.

15. Resolve, em $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right[$, a equação:

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\times\sin(\pi+x)=1$$

16. Na figura ao lado estão representados, em referencial o.n. do plano de origem O:

- a circunferência trigonométrica;
- o lado extermidade $\dot{O}A$ de um ângulo de amplitude θ.



Sabe-se que a abcissa do ponto A é $-\frac{2}{3}$.

Determina o valor exato da expressão:

$$\cos(\pi+\theta)-\sin(\theta-\pi)+\tan(-\theta)$$

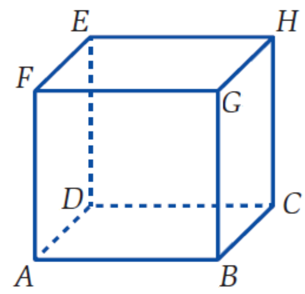
Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo

DOMÍNIO: Geometria Analítica

1. Considera, num referencial o.n. do plano, a reta que passa nos pontos de coordenadas $\left(3,-\sqrt{3}\right)$ e $\left(2,1-\sqrt{3}\right)$. A inclinação dessa reta é:

(A) 30° **(B)** 45° **(C)** 135° **(D)** 150°

2. Considera o cubo $[ABCDEFGH]$, representado na figura, cuja aresta mede a unidades ($a>0$).



Qual é o valor de $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{CH}$?

(A) $-\sqrt{3}a^2$ **(C)** a^2

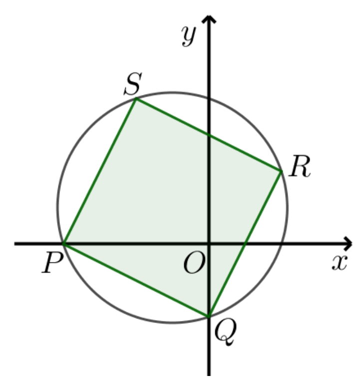
(B) $-a^2$ **(D)** $\sqrt{3}a^2$

3. Considera, num referencial o.n. do plano, a reta r definida por $y=\sqrt{3}x-1$ e a reta s definida por $(x,y)=\left(1,\sqrt{3}\right)+k\left(\sqrt{3},-1\right),\ k\in\mathbb{R}$.

Qual é a amplitude do ângulo formado pelas retas r e s ?

(A) 0° **(B)** 30° **(C)** 60° **(D)** 90°

4. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. Oxy, o quadrado $[PQRS]$, inscrito numa circunferência. As coordenadas dos vértices P, Q e R são, respetivamente, $(-4,\ 0)$, $(0,\ -2)$ e $(2,\ 2)$.



4.1 Determina a área do quadrado $[PQRS]$.

4.2 Determina as coordenadas do vértice S.

4.3 Determina o produto escalar $\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{RQ}$.

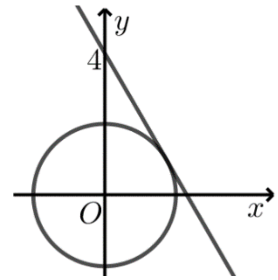
4.4 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[PQ]$.

4.5 Determina, aplicando condições vetoriais, a equação reduzida da circunferência.

4.6 Determina a equação reduzida da reta tangente à circunferência no ponto P.

4.7 Determina um valor aproximado às décimas de grau da amplitude do ângulo formado pela reta PQ e pela reta definida pela equação $(x,y)=(2,4)+k(2,1),\ k\in\mathbb{R}$.

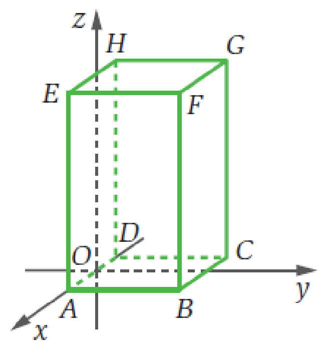
5. Na figura ao lado, estão representadas, em referencial o.n. do plano, uma circunferência de centro na origem e a reta de equação $y = -\sqrt{3}x + 4$, tangente à circunferencia.



5.1 Determina a inclinação da reta.

5.2 Determina o raio da circunferência.

6. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. do espaço, o prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas paralelas ao plano xOy. As coordenadas dos vértices A, B e G são, respetivamente, $(3,0,0)$, $(3,6,0)$ e $(-3,6,12)$.



6.1 Determina o produto escalar $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BG}$.

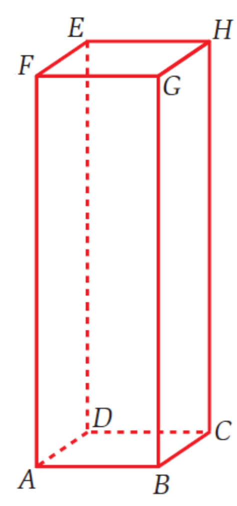
6.2 Determina uma equação vetorial da reta DF.

6.3 Identifica o conjunto de pontos P do espaço tais que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PE} = 0$ e define-o por meio de uma condição cartesiana.

6.4 Determina um valor aproximado às décimas de grau da amplitude do ângulo formado pela reta AG e pela reta definida pela equação $(x, y, z) = (3,0,0) + k(0,6,3)$, $k \in \mathbb{R}$.

7. Na figura, está representado o paralelepípedo reto $[ABCDEFGH]$. Fixado um determinado um referencial o.n $Oxyz$, tem-se:

$A(0,3,2)$, $B(1,-3,-1)$, $G(4,-21,36)$ e $H(-2,-22,36)$.



7.1 Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta $[AB]$. Apresenta-a na forma $ax + by + cz = d$.

7.2 Define, por uma equação vetorial, a reta AF.

7.3 Determina as coordenadas dos vértices C, D, E e F.

7.4 Determina uma condição que defina a esfera cuja superfície contém os vértices do paralelepípedo.

7.5 Identifica o conjunto de pontos P do espaço tais que $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ e define-o por meio de uma condição cartesiana.

SOLUÇÕES

Trigonometria e funções trigonométricas

1. (B)

2. (C)

3. $17{,}54\,\text{cm}^2$

4. $1{,}88\,\text{cm}$

5.2 140°

6. (D)

7. (B)

8. (A)

9. (D)

10. Negativo.

12.1 $-\frac{2\pi}{3}$ e 0.

12.2 $\left(\frac{\pi}{3}, -2\right)$ e $(\pi, -2)$.

12.3 2π

13.2 $15\,\text{cm}$

13.3 $\theta = \frac{\pi}{6} \vee \theta = \frac{5\pi}{6}$; a cabeça do prego está a 45 centímetros da estrada para $\theta = \frac{\pi}{6}$ e $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

13.4 355 rad

14.1 Qualquer um dos seus ângulos internos está inscrito numa semicircunferência, logo o quadrilátero tem os ângulos internos retos e, portanto, é um retângulo.

14.3 $\alpha = \frac{\pi}{4}$; o quadrilátero para o qual se obtém a área máxima é um quadrado.

15. $S = \left\{-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$

16. $\frac{5\sqrt{5}}{6} + \frac{2}{3}$

Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo

Geometria Analítica

1. (C)

2. (B)

3. (D)

4.1 20

4.2 $(-2, 4)$

4.3 -20

4.4 $y = 2x + 3$

4.5 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10$

4.6 $y = -3x - 12$

4.7 $53{,}1^{\circ}$

5.1 120°

5.2 2

6.1 108

6.2 Por exemplo,
$(x, y, z) = (-3, 0, 0) + k(0, 0, 12)$, $k \in \mathbb{R}$.

6.3 Superfície esférica de diâmetro $[AE]$;
$(x-3)^2 + y^2 + (z-6)^2 = 36$.

6.4 $43{,}1^{\circ}$

7.1 $x - 6y - 3z = -1$

7.2 Por exemplo:
$(x, y, z) = (0, 3, 2) + k(3, -18, 37)$
$(k \in \mathbb{R})$

7.3 $C(-5, -4, -1)$, $D(-6, 2, 2)$,
$E(-3, -16, 39)$ e $F(3, -15, 39)$.

7.4

$$(x+1)^2 + \left(y + \frac{19}{2}\right)^2 + (z-19)^2 = \frac{1785}{4}$$

7.5 Plano tangente à superfície esférica de centro no ponto G e raio $\overline{BG}$, no ponto B; $3x - 18y + 37z = 20$.

Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo