

---

**Teste de Matemática A**

---

2016 / 2017

---

Teste N.º 5

**Matemática A**

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**11.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

---



## Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Na figura está representado um paralelogramo  $[ABCD]$ .

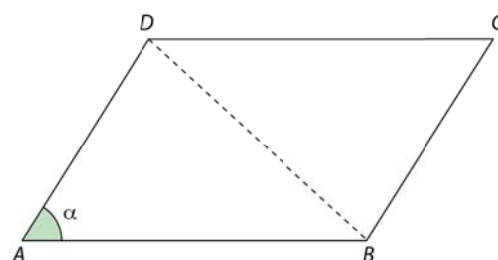
Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 5$  u.c.
- $\overline{BC} = 3,2$  u.c.
- $\overline{BD} = 3,8$  u.c.

Seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo  $BAD$  ( $\alpha \in ]0^\circ, 90^\circ[$ ).

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A)  $\sin(90^\circ - \alpha) = -\frac{13}{20}$
- (B)  $\cos(180^\circ + \alpha) = -\frac{13}{20}$
- (C)  $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{13}{20}$
- (D)  $\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{13}{20}$



2. De dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , sabe-se que:

- $\|\vec{u}\| = 3$  u.c.
- $\|\vec{v}\| = 5$  u.c.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$

Qual é o valor de  $\|\vec{u} - \vec{v}\|$ ?

- (A) 8 u.c.
- (B) 6 u.c.
- (C) 4 u.c.
- (D) 2 u.c.

3. Considere uma sucessão  $(u_n)$  tal que:

- $(u_n)$  é uma progressão geométrica de razão positiva;
- $u_3 = 8$  e  $u_9 = 64$ .

Qual é a soma dos 10 primeiros termos desta sucessão?

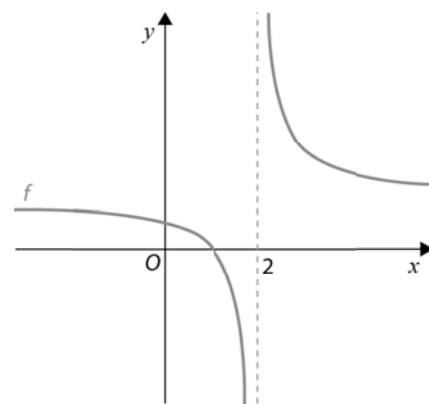
- (A)  $124(1 + \sqrt{2})$
- (B)  $120(1 + \sqrt{2})$
- (C)  $66(1 + \sqrt{2})$
- (D)  $248(1 + \sqrt{2})$

4. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função racional  $f$ , cujo domínio é  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ . A reta de equação  $x = 2$  é assíntota vertical ao gráfico de  $f$ .

Considere a sucessão de termo geral  $x_n = \frac{2n-1}{n}$ . Seja  $u_n = f(x_n)$ .

Qual dos seguintes é o valor de  $\lim u_n$ ?

- (A) 2
- (B) 0
- (C)  $+\infty$
- (D)  $-\infty$

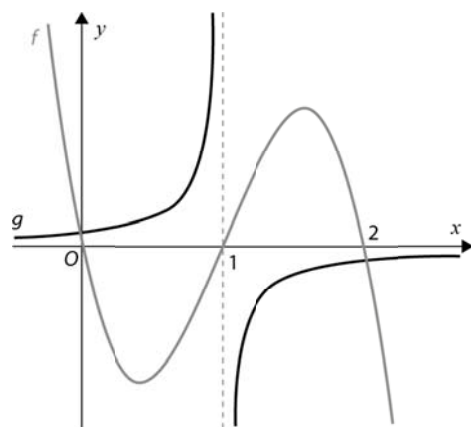


5. Na figura está representada parte dos gráficos de duas funções  $f$  e  $g$ , sendo  $f$  uma função polinomial de grau 3 e  $g$  uma função racional.

O gráfico de  $f$  intersesta o eixo  $Ox$  nos pontos de abcissas 0, 1 e 2. As retas de equações  $x = 1$  e  $y = 0$  são assíntotas ao gráfico de  $g$ .

Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$
- (B)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- (C)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty$
- (D)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty$



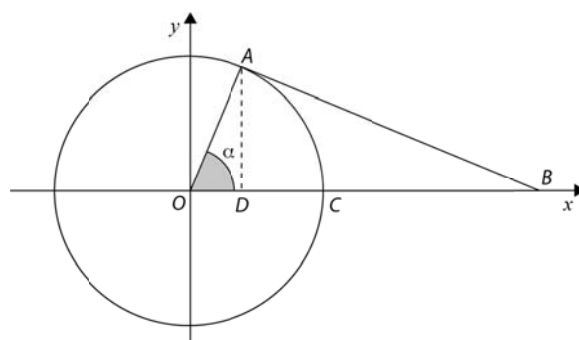
## Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Na figura encontra-se representada a circunferência trigonométrica e um triângulo  $[ABO]$ .

O ponto  $A$  pertence à circunferência e o ponto  $C$  é o ponto de interseção da circunferência com o semieixo positivo  $Ox$ . A reta  $AB$  é tangente à circunferência no ponto  $A$ .



Seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo  $COA$  ( $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ ).

1.1. Mostre que a área do triângulo  $[ABO]$  é dada, em função de  $\alpha$ , por  $A(\alpha) = \frac{1}{2} \tan \alpha$ .

1.2. Considere o ponto  $A$  que se obtém para  $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$  tal que  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ . Determine uma equação reduzida da reta  $AC$ .

2. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , os pontos  $A(1, 2, -2)$ ,  $B(2, -3, -1)$  e  $C(-1, -2, 3)$ .

2.1. Determine os valores de  $k$  tais que o vetor  $(k^2 - 1, k, 1 - k)$  é perpendicular ao vetor  $\overrightarrow{AB}$ .

2.2. Mostre que os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  definem um plano e escreva uma equação vetorial desse plano.

3. Considere a sucessão  $(u_n)$  definida por 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2^n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

3.1. Recorrendo ao método de indução matemática, mostre que  $u_n = 2^n, \forall n \in \mathbb{N}$ .

3.2. Considere a sucessão de termo geral  $v_n = \frac{u_n}{3^n}$ .

Prove que  $(v_n)$  é uma progressão geométrica e indique a sua razão.

3.3. Estude a sucessão  $(v_n)$  quanto à monotonia.

3.4. Seja  $S_n = \sum_{i=1}^n v_i$ . Determine  $\lim S_n$ .

4. Seja  $f$  a função de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} k + \frac{2}{x-1} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{(x-2)^2} & \text{se } x > 0 \wedge x \neq 2 \end{cases}$$

4.1. Determine  $k$ , sabendo que a função  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

4.2. Considere agora  $k = 0$ . Estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico.

4.3. Resolva, em  $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$ , a inequação  $f(x) > 0$ .

4.4. A equação  $f(x) = 3x$  tem exatamente duas soluções no intervalo  $]0, 2[$ . Utilizando a calculadora, determine-as graficamente. Apresente os valores arredondados às centésimas. Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora.

5. Seja  $f$  uma função, de domínio e contradomínio  $\mathbb{R}^+$ , tal que a reta de equação  $y = 3x - 2$  é assíntota ao seu gráfico. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $g(x) = \frac{x^2}{f(x)}$ .

Mostre que a reta de equação  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$  é assíntota ao gráfico de  $g$ .

– FIM –

## COTAÇÕES

**Grupo I..... 50**

Cada resposta certa.....	10
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada.....	0

**Grupo II..... 150**

1.....	25
1.1.....	15
1.2.....	10
2.....	20
2.1.....	10
2.2.....	10
3.....	40
3.1.....	10
3.2.....	10
3.3.....	10
3.4.....	10
4.....	50
4.1.....	15
4.2.....	10
4.3.....	15
4.4.....	10
5.....	15

**TOTAL..... 200**