|  |  |
| --- | --- |
|  | **Teste de Matemática A** |
| 2016 / 2017 |
| Teste N.º 3**Matemática A** |
|  |  |
| Duração do Teste: 90 minutos |  |
| 11.º Ano de Escolaridade |  |
| Nome do aluno: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | N.º: \_\_\_\_ | Turma: \_\_\_\_ |

**Grupo I**

|  |
| --- |
| * Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
* Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
* Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
* Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
* **Não apresente cálculos nem justificações.**
 |

* 1. Sejam $α\in \left]0,\frac{π}{2}\right[$ e $β\in \left]\frac{π}{2},π\right[$. Qual das expressões designa um número positivo?

**(A)** $\sin(\left(\frac{5π}{2}-α\right))\cos(\left(π+β\right)) $

**(B)** $\tan(\left(π-α\right))\cos(\left(\frac{3π}{2}+β\right))$

**(C)** $\cos(\left(\frac{7π}{2}+α\right))\sin(\left(β-π\right))$

**(D)** $\sin(\left(2π-α\right))\tan(\left(\frac{6π}{2}-β\right))$

* 1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano $γ$ de equação $x+2y+2z-1=0$ e a reta $r$ de equação: $\left(x,y,z\right)=\left(1,-1,-1\right)+k\left(-2, 1, 1\right),k\in R$

Qual das equações é uma equação cartesiana de um plano perpendicular a $γ$ e que contém a reta $r$?

**(A)** $-2x+y+z=0$

**(B)** $x-y-z=0$

**(C)** $2x-z=0$

**(D)** $-y+z=0$

* 1. Num referencial ortonormado, considere os vetores $\vec{u}\left(-1, 3\right)$ e $\vec{v}\left(2,-1\right)$. Qual das afirmações é verdadeira?

**(A)** $\left(\vec{u}-\vec{v}\right)∙\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=5$

**(B)** $\left(\vec{u}-\vec{v}\right)∙\vec{v}=10$

**(C)** $\vec{u}∙\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=-5$

**(D)** $\vec{u}∙\vec{v}=5$

* 1. Uma sucessão $\left(u\_{n}\right)$ é definida por $\left\{\begin{array}{c}u\_{1}=a\\u\_{n+1}=\frac{1-u\_{n}}{2},∀n\geq 1\end{array}\right.$, com $a\in R$.

Qual das expressões representa $u\_{n+2}$ escrito em função de $u\_{n}$, para todo $n\geq 1$ ?

**(A)** $\frac{1-u\_{n}}{2}$

**(B)** $\frac{1+u\_{n}}{2}$

**(C)** $\frac{1+u\_{n}}{4}$

**(D)** $\frac{1-u\_{n}}{4}$

* 1. Seja $\left(a\_{n}\right)$ uma progressão aritmética tal que $a\_{1}=-23$ e $r=2$. Qual é o menor valor de $n$ para o qual se tem $S\_{n}>0$, onde $S\_{n}$ representa a soma dos $n$ primeiros termos de $\left(a\_{n}\right)$?

**(A)** 22

**(B)** 23

**(C)** 24

**(D)** 25

**Grupo II**

|  |
| --- |
| Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.**Atenção:** Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**. |

****

1. Na figura está representado um quadrado $[ABCD],$ de lado 2.

O ponto $P$ desloca-se sobre o lado $[CD]$. O ponto $M$ é o ponto médio de $[BC]$. Para cada posição do ponto $P$, seja $x$ a amplitude do ângulo $PAD \left(x\in \left[0, \frac{π}{4}\right]\right)$.

* 1. Mostre que a área do triângulo $[AMP]$ é dada, em função de $x$, por $f\left(x\right)=2-\tan(x)$.
	2. Seja $α\in \left[0,\frac{π}{4}\right]$ tal que $\cos(\left(\frac{π}{2}+α\right)=)-\frac{1}{3}$. Determine o valor de $f\left(α\right)$. Apresente o resultado com o denominador racionalizado.
	3. Determine o valor de $x$ para o qual a área do triângulo $[AMP]$ é igual à área do triângulo $[ABM]$.
1. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[HABCODEFG]$, que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular.

Sabe-se que:

* a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano $xOy$;
* o ponto $H$ pertence ao eixo $Oz$;
* o ponto $C$ pertence ao eixo $Oy$;
* o ponto $E$ tem coordenadas $(3, 3,-3)$;
* o plano $BCH$ é definido pela equação $5y+3z-15=0$.
	1. Escreva uma equação vetorial que defina a reta que passa no ponto $E$ e é perpendicular ao plano $BCH$.
	2. Determine uma equação cartesiana do plano $ABH$.
	3. Determine, em graus e com aproximação às décimas, a amplitude do ângulo formado pelas retas $BH$ e $BE$.
	4. Utilizando a definição de produto escalar, escreva uma condição que defina a superfície esférica de diâmetro [$CD$].
1. Considere a sucessão $\left(u\_{n}\right)$ definida por:

 $u\_{n}=\frac{1-2n}{2n+3}$

* 1. Averigúe se $-\frac{29}{33}$ é um termo da sucessão $\left(u\_{n}\right)$.
	2. Estude a sucessão $\left(u\_{n}\right)$ quanto à monotonia.
	3. Mostre que a sucessão $\left(u\_{n}\right) $é uma sucessão limitada.
1. Na figura está representado um triângulo equilátero $[ABC]$ cuja área é $6 m^{2}$. Unindo os pontos médios dos seus lados, obtiveram-se os triângulos equiláteros $[DEF]$ e $\left[EFC\right]$, sombreando-se o triângulo $[DEF]$. Novamente, unindo os pontos médios dos lados do triângulo $[EFC]$, obtiveram-se os triângulos $[GHI]$ e $[HIC]$, sombreando-se o triângulo $[GHI]$ e assim sucessivamente.



Seja $\left(a\_{n}\right)$ a sucessão das áreas dos triângulos sucessivamente sombreados.

* 1. Defina $\left(a\_{n}\right)$ por recorrência.
	2. Mostre que a sucessão $\left(a\_{n}\right)$ é uma progressão geométrica e escreva o seu termo geral.
	3. Prove, pelo método de indução matemática, que a soma dos $n$ primeiros termos desta progressão é dada por $S\_{n}=2\left(1-4^{-n}\right),∀n\in N$.

**– FIM –**

**COTAÇÕES**

 **Grupo I 50**

 Cada resposta certa 10

 Cada resposta errada 0

 Cada questão não respondida ou anulada 0

 **Grupo II 150**

1. 35

1.1. 10

 1.2. 15

 1.3. 10

2. 50

 2.1. 10

 2.2. 15

 2.3. 15

2.4. 10

 3. 30

 3.1. 10

 3.2. 10

 3.3. 10

 4. 35

 4.1. 10

 4.2. 10

 4.3. 15

 **TOTAL 200**