Teste de Matemática A

2023 / 2024

Teste N.º 1

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ___ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.
É permitido o uso de calculadora.
Apresente apenas uma resposta para cada item.
As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

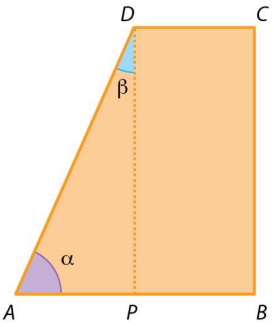
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura ao lado está representado o trapézio retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- P é ponto médio de $[AB]$;
- $\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \sqrt{5}$;
- $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ é a amplitude, em radianos, do ângulo BAD;
- $\beta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ é a amplitude, em radianos, do ângulo ADP.



Qual das seguintes opções é verdadeira?

(A) $\text{sen}(\alpha) = \frac{\sqrt{6}}{6}$ **(B)** $\text{tg}(\alpha) = \sqrt{6}$ **(C)** $\text{sen}(\beta) = \frac{\sqrt{6}}{6}$ **(D)** $\text{tg}(\beta) = \sqrt{6}$

2. De um ângulo de amplitude α, sabe-se que $\alpha \in]-30°, 60°]$.

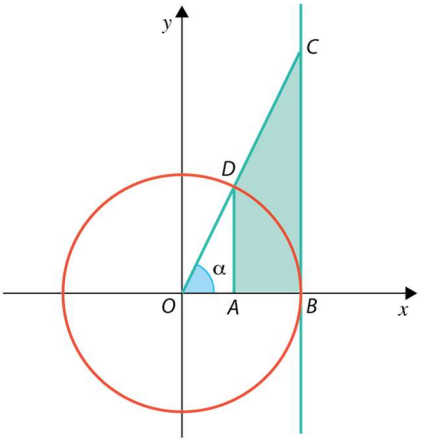
Em qual das seguintes opções está indicado o conjunto dos valores de k para os quais se tem $\text{sen}(90° - \alpha) = \frac{1-\sqrt{3}k}{2}$?

(A) $\left]-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right]$ **(B)** $\left[\frac{\sqrt{3}}{3} - 1, 0\right[$ **(C)** $\left]\frac{\sqrt{3}}{3} - 1, 0\right]$ **(D)** $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right]$

3. Na figura estão representados, em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica, o quadrilátero $[ABCD]$ e a reta de equação $x = 1$.

Sabe-se que:

- o ponto B tem coordenadas $(1, 0)$;
- o ponto C pertence à reta de equação $x = 1$;
- D é o ponto de interseção da semirreta $\dot{O}C$ com a circunferência trigonométrica;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e tem a mesma abcissa que o ponto D;
- $B\hat{O}C = \alpha$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $\text{sen}\,\alpha = \frac{2}{3}$.



Determine o valor exato da área do quadrilátero $[ABCD]$.

Apresente o resultado na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, a, b e $c \in \mathbb{N}$.

4. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = a - 3 + b\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, $a, b \in \mathbb{R}^+$.

Sabe-se que $D'_f = [-4, 2]$.

Recorrendo a processos exclusivamente analíticos determine os valores de a e de b.

5. Considere a função f definida por:

$$f(x) = \frac{\text{tg}(x)}{\cos^2(x) - 1}$$

Considere as seguintes proposições:

(I) $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(II) π é período da função f.

Em relação às proposições anteriores, podemos afirmar que:

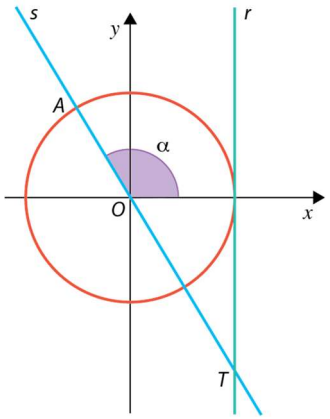
(A) são ambas verdadeiras.

(B) são ambas falsas.

(C) apenas (I) é verdadeira.

(D) apenas (II) é verdadeira.

6. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e as retas r e s.



Sabe-se que:

- a reta r tem equação $x = 1$;
- o ponto A, situado no segundo quadrante, pertence à circunferência;
- o ponto T pertence à reta r e tem coordenadas $(1, -\sqrt{2})$;
- a reta s passa na origem do referencial e contém os pontos A e T;
- o ângulo de amplitude α tem, por lado origem, o semieixo positivo das abcissas e, por lado extremidade, a semirreta $\dot{O}A$ $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[\right)$.

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor exato de

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \times \cos\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \text{tg}(-\alpha)$$

7. Mostre que, para todo x onde a expressão tem significado, é válida a seguinte igualdade:

$$\frac{(\text{tg}^2 x+1)\,(1-2\cos^2 x+\cos^4 x)}{\text{tg}^2 x} = \text{sen}^2 x$$

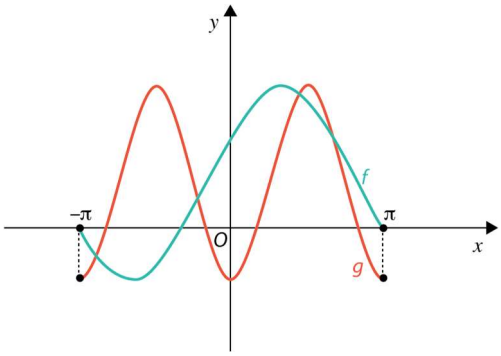
8. Considere, em $\mathbb{R}$, a equação trigonométrica $\cos^2 x = 1$.

Quantas soluções tem esta equação no intervalo $[0, 2023\pi[$?

(A) 2022 **(B)** 2023 **(C)** 1011 **(D)** 1012

9. Considere as funções f e g, ambas de domínio $[-\pi, \pi]$, representadas graficamente na figura ao lado e definidas por:

$f(x) = 2\cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ e $g(x) = -2\cos(2x) + 1$



9.1 Para qualquer $x \in [-\pi, \pi]$, $g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ é igual a:

(A) $2\cos(2x) - 2\text{sen}(x)$ **(B)** $2\text{sen}(2x) - 2\cos(x)$

(C) $2\cos(2x) + 2\text{sen}(x)$ **(D)** $2\text{sen}(2x) + 2\cos(x)$

9.2 Recorrendo a processos exclusivamente analíticos, determine as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos das funções f e g, no respetivo domínio.

9.3 Existem dois pontos P e Q pertencentes, respetivamente, aos gráficos de f e de g dos quais se sabe que:

- têm a mesma abcissa e esta é positiva;
- a ordenada de P é maior 2 unidades do que a ordenada de Q.

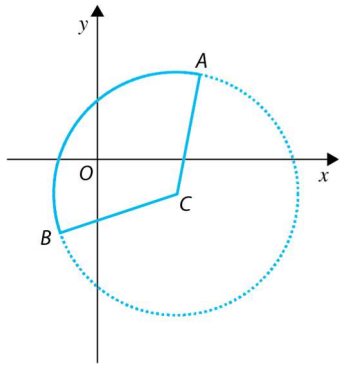
Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine um valor, aproximado às décimas, da abcissa de P e de Q.

Na sua resposta:

- reproduza, na folha de respostas, o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- apresente a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) relevante(s), arredondadas às centésimas.

10. Na figura está representada, em referencial o.n. Oxy, a circunferência de equação:

$$(x-2)^2+(y+1)^2=9$$

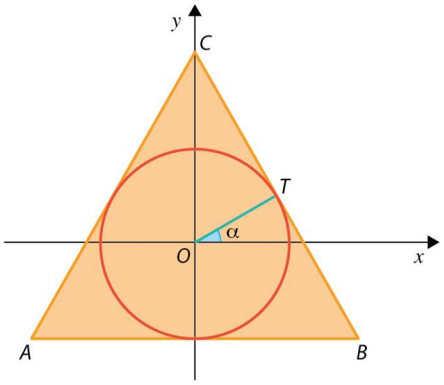


Sabe-se que:

- o ponto C é o centro da circunferência;
- A e B são dois pontos da circunferência;
- o arco de circunferência AB tem comprimento 2π.

Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, o valor exato da área do setor a que corresponde o arco de circunferência AB.

11. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy, uma circunferência trigonométrica de centro na origem do referencial e o triângulo isósceles $[ABC]$.



Sabe-se que:

- $\overline{AC}=\overline{BC}$;
- o vértice C pertence ao semieixo positivo Oy;
- o lado $[AB]$ é tangente à circunferência num ponto de abcissa nula e é paralelo ao eixo Ox;
- o lado $[BC]$ é tangente à circunferência no ponto T;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e o lado extremidade é a semirreta $\dot{O}T$ $\left(\alpha \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Prove que a área do triângulo $[ABC]$ é dado, em função de α, por

$$\frac{(\operatorname{sen}\alpha+1)^2}{\operatorname{sen}\alpha\times\cos\alpha}$$

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.1**	**9.2**	**9.3**	**10.**	**11.**	**Total**
10	10	20	18	10	18	18	10	10	20	20	18	18	**200**

TESTE N.º 1 – Proposta de resolução

1. Opção (C)

$\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{5} \times \overline{DC}$

$\overline{BC} = \overline{DP}$

$\overline{AP} = \overline{DC}$

$\overline{AD}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{DP}^2$

$\overline{AD}^2 = \overline{AP}^2 + \left(\sqrt{5} \times \overline{AP}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = \overline{AP}^2 + \left(\sqrt{5} \times \overline{AP}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 6\overline{AP}^2$

$\overline{AD} = \sqrt{6} \times \overline{AP}$

$\text{sen}(\alpha) = \frac{\overline{DP}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{5} \times \overline{AP}}{\sqrt{6} \times \overline{AP}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$

$\text{tg}(\alpha) = \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{\sqrt{5} \times \overline{AP}}{\overline{AP}} = \sqrt{5}$

$\text{sen}(\beta) = \frac{\overline{AP}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AP}}{\sqrt{6} \times \overline{AP}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

$\text{tg}(\beta) = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\sqrt{5} \times \overline{AP}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

2. Opção (D)

$\text{sen}(90° - \alpha) = \cos(\alpha)$

Para $\alpha \in]-30°, 60°]$, $\frac{1}{2} \leq \cos(\alpha) \leq 1$

$\frac{1}{2} \leq \frac{1 - \sqrt{3}k}{2} \leq 1$

$\Leftrightarrow 1 \leq 1 - \sqrt{3}k \leq 2$

$\Leftrightarrow 0 \leq -\sqrt{3}k \leq 1$

$\Leftrightarrow -1 \leq \sqrt{3}k \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{3}} \leq k \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-\sqrt{3}}{3} \leq k \leq 0$

$\text{C.S.} = \left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right]$

3. $A_{[ABCD]} = \frac{\overline{BC} + \overline{AD}}{2} \times \overline{AB}$

$\overline{AB} = 1 - \cos(\alpha)$

$\overline{AD} = \text{sen}(\alpha)$

$\overline{BC} = \text{tg}(\alpha)$

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \frac{4}{9} + \cos^2\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{9}$

$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{5}{9}$

$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, pelo que $\cos\alpha > 0$, logo $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} \Leftrightarrow \text{tg}(\alpha) = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$

$\Leftrightarrow \text{tg}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow \text{tg}(\alpha) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Assim:

$A_{[ABCD]} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{2}{3}}{2} \times \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{3}\right) =$

$= \left(\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{3}\right) =$

$= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{5}}{9} =$

$= \frac{9\sqrt{5}}{45} - \frac{5\sqrt{5}}{45} =$

$= \frac{4\sqrt{5}}{45}$

4. O argumento da função seno toma valores de um intervalo com amplitude superior a 2π.

$-1 \leq \text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$

$\Leftrightarrow -b \leq b\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq b$

$\Leftrightarrow -3 - b \leq -3 + b\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq -3 + b$

$\Leftrightarrow a - 3 - b \leq a - 3 + b\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq a - 3 + b$

Como $D'_f = [-4, 2]$,

$\begin{cases} a - 3 - b = -4 \\ a - 3 + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ b - 1 + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 - 1 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

5. Opção (D)

(I) $D_f = \left\{x \in \mathbb{R}: \cos^2(x) - 1 \neq 0 \ \wedge \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\,, k \in \mathbb{Z}\right\} = \left\{x \in \mathbb{R}: x \neq k\pi \ \wedge \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\,, k \in \mathbb{Z}\right\}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}\,, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C.A.:

$\cos^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2(x) = 1 \Leftrightarrow \cos x = -1 \vee \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi\,, k \in \mathbb{Z}$

(II) $f(x + \pi) = \frac{\mathrm{tg}(x+\pi)}{\cos^2(x+\pi)-1} = \frac{\mathrm{tg}(x)}{\cos^2(x)-1} = f(x), \forall x \in D_f$

De onde se conclui que π é período da função f, pelo que apenas a proposição (II) é verdadeira.

6. $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \times \cos\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \mathrm{tg}(-\alpha) =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\alpha) \times \left(-\mathrm{sen}(\alpha)\right) - \mathrm{sen}^2(\alpha) + \mathrm{tg}(\alpha) =$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\alpha)\mathrm{sen}(\alpha) - \mathrm{sen}^2(\alpha) + \mathrm{tg}(\alpha) =$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \times \frac{\sqrt{6}}{3} - \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 + \left(-\sqrt{2}\right) =$

$= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} - \sqrt{2} =$

$= -\frac{1}{3} - \sqrt{2}$

C.A.:

$\mathrm{tg}(\alpha) = -\sqrt{2}$ e $\mathrm{tg}^2(\alpha) + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

$\Leftrightarrow \left(-\sqrt{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

$\Leftrightarrow \cos^2(\alpha) = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$, pelo que $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{\mathrm{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} \Leftrightarrow \mathrm{sen}(\alpha) = \mathrm{tg}(\alpha) \times \cos(\alpha)$

$\mathrm{sen}(\alpha) = -\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$

7. $\frac{\left(\mathrm{tg}^2 x + 1\right)\left(1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x\right)}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \frac{\frac{1}{\cos^2 x}\left(1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x\right)}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \frac{\frac{1}{\cos^2 x}\left(1 - \cos^2 x\right)^2}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \frac{\frac{1}{\cos^2 x}\left(\mathrm{sen}^2 x\right)^2}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \frac{\frac{\mathrm{sen}^2 x \times \mathrm{sen}^2 x}{\cos^2 x}}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \frac{\mathrm{tg}^2 x \times \mathrm{sen}^2 x}{\mathrm{tg}^2 x} =$

$= \mathrm{sen}^2 x$

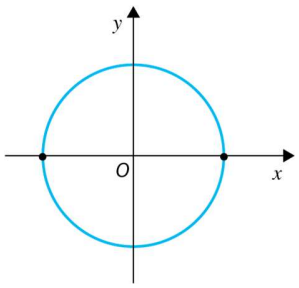
8. Opção (B)

$\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = -1 \vee \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi\,, k \in \mathbb{Z}$

Em $[0, 2\pi[$ a equação tem 2 soluções.

Em $[0, 2022\pi[$ a equação tem 2022 soluções.

Em $[0, 2023\pi[$ a equação tem 2023 soluções.



9.

9.1 Opção (A)

$$g\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -2\cos\left(2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right) + 1 = -2\cos(2x+\pi) + 1 = 2\cos(2x) + 1$$

$$f\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(-\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right) + 1 = 2\cos\left(-x+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right) + 1 = 2\cos\left(-x+\frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2\text{sen}x + 1$$

$$g\left(x+\frac{\pi}{2}\right) - f\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos(2x) + 1 - (2\text{sen}x + 1) = 2\cos(2x) + 1 - 2\text{sen}x - 1 = 2\cos(2x) - 2\text{sen}x$$

9.2 $f(x) = g(x)$

$$2\cos\left(-x+\frac{\pi}{3}\right) + 1 = -2\cos(2x) + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\left(-x+\frac{\pi}{3}\right) = -2\cos(2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(-x+\frac{\pi}{3}\right) = -\cos(2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(-x+\frac{\pi}{3}\right) = \cos(\pi - 2x)$$

$$\Leftrightarrow -x+\frac{\pi}{3} = \pi - 2x + 2k\pi \;\vee\; -x+\frac{\pi}{3} = -(\pi - 2x) + 2k\pi\,, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee -x+\frac{\pi}{3} = -\pi + 2x + 2k\pi\,, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \;\vee\; -3x = -\frac{4\pi}{3} + 2k\pi\,, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \;\vee\; x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\,, k \in \mathbb{Z}$$

$x \in [-\pi, \pi]$:

$k = -2$: $x = \frac{2\pi}{3} - 4\pi \;\vee\; x = \frac{4\pi}{9} - \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{10\pi}{3} \vee x = -\frac{8\pi}{9}$

$k = -1$: $x = \frac{2\pi}{3} - 2\pi \;\vee\; x = \frac{4\pi}{9} - \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{4\pi}{3} \vee x = -\frac{2\pi}{9}$

$k = 0$: $x = \frac{2\pi}{3} \;\vee\; x = \frac{4\pi}{9}$

C.S. $= \left\{-\frac{8\pi}{9}, -\frac{2\pi}{9}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{9}\right\}$

9.3 $f(x) = g(x) + 2$

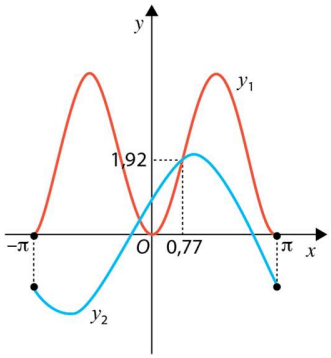
$2\cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = -2\cos(2x) + 1 + 2$

$\Leftrightarrow 2\cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = -2\cos(2x) + 2$

Recorrendo à calculadora gráfica:

$y_1 = 2\cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right)$

$y_2 = -2\cos(2x) + 2$



Assim, $x \approx 0{,}8$.

10. O arco de circunferência AB tem comprimento 2π, logo $\alpha \times 3 = 2\pi \Leftrightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$

Assim:

$A_{sc} = \frac{\frac{2\pi}{3} \times 3^2}{2} = 3\pi$

11. Uma vez que o lado $[BC]$ é tangente à circunferência no ponto T, o triângulo $[OTC]$ é retângulo em T.

Como $C\hat{O}T = \frac{\pi}{2} - \alpha$, então $O\hat{C}T = \alpha$.

Assim, $\text{sen}\alpha = \frac{1}{\overline{OC}} \Leftrightarrow \overline{OC} = \frac{1}{\text{se}}$

Seja P, o ponto de interseção de $[AB]$ com o eixo Oy.

$\overline{CP} = \frac{1}{\text{sen}\alpha} + 1$

$\text{tg}\alpha = \frac{\overline{PB}}{\overline{CP}} \Leftrightarrow \overline{PB} = \text{tg}\alpha \times \overline{CP} \Leftrightarrow \overline{PB} = \text{tg}\alpha \times \left(1 + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)$

$\overline{AB} = 2 \times \overline{PB} = 2 \times \text{ tg}\alpha \times \left(1 + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)$

$A_{[ABC]} = \frac{2 \times \text{tg}\alpha \times \left(1 + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right) \times \left(1 + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)}{2} =$

$= \text{tg}\alpha \times \left(1 + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)^2 =$

$= \text{tg}\alpha \times \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\alpha} + \frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)^2 =$

$= \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} \times \left(\frac{\text{sen}\alpha + 1}{\text{sen}\alpha}\right)^2 =$

$= \frac{\text{sen}\alpha \times (\text{sen}\,\alpha + 1)^2}{\text{co} \quad \times \text{sen}^2\alpha} =$

$= \frac{(\text{sen}\,\alpha + 1)^2}{\text{sen}\,\alpha \times \cos\alpha}$