



www.esffranco.edu.pt  
(2020/2021)

## 4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 5

3.º Período

11/06/2021

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Numa cidade, reformaram-se 22 funcionários públicos e relacionou-se isso com o número de anos de serviço, segundo a tabela ao lado.

1.1. Qual é a mediana deste conjunto de dados?

(A) 41,5      (B) 42,5      (C) 41      (D) 42

1.2. Calcule e interprete o percentil de ordem 80.

1.3. Determine o número médio de anos de serviço dos funcionários e o desvio-padrão da amostra (com duas casas decimais).

N.º de anos de serviço ( $\tilde{x}_i$ )	N.º de funcionários ( $n_i$ )
39	4
41	8
42	4
43	5
46	1

2. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 2\cos(2x) + \sqrt{3}$ .

2.1. Determine os zeros da função  $f$  no intervalo  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ .

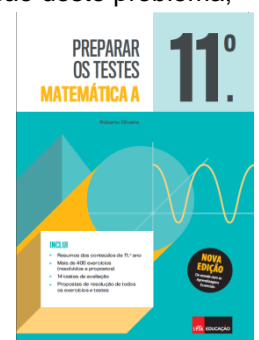
2.2. Considere a função  $g$ , cujo gráfico se obtém por uma translação do gráfico de  $f$ , de vetor  $(-2, 0)$ .

No intervalo  $[0, \pi]$ , os gráficos das funções  $f$  e  $g$  interseitam-se algumas vezes.

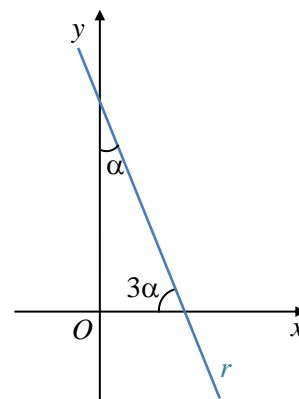
Recorrendo à calculadora gráfica, determine as coordenadas desses pontos.

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) necessária(s) à resolução deste problema;
- determine o(s) valor(es) pedido(s) com duas casas decimais.



3. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da figura, a reta  $r$ .  
Tal como sugere a figura, a reta  $r$  intersesta o semieixo positivo  $Oy$  segundo o ângulo de amplitude  $\alpha$  e intersesta o semieixo positivo  $Ox$  segundo o ângulo de amplitude  $3\alpha$ .  
Qual é, com quatro casas decimais, o valor do declive de  $r$  ?



- (A)  $-2,4142$
- (B)  $-2,3972$
- (C)  $2,4142$
- (D)  $2,3972$

4. Dado o número real  $k$ , seja  $(u_n)$  a sucessão definida por  $\begin{cases} u_1 = k \\ u_{n+1} = u_n - 3, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ .  
Sabendo que  $u_{1000} = 10$ , pode concluir-se que:

- (A)  $k = 3007 \wedge \lim u_n = +\infty$
- (B)  $k = -2987 \wedge \lim u_n = +\infty$
- (C)  $k = 3007 \wedge \lim u_n = -\infty$
- (D)  $k = -2987 \wedge \lim u_n = -\infty$

5. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , definida por  $f(x) = \frac{1-5x}{3x+3}$ .

5.1. Determine, na forma de intervalo ou união de intervalos, o conjunto  $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq 0\}$ .

5.2. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 2x}{x}$  ?

- (A) 3
- (B) 2
- (C)  $-\frac{5}{3}$
- (D)  $-6$



6. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^3 - 6x + 10$ .

6.1. Mostre, usando a definição, que  $g'(1) = -3$ .

6.2. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função  $g$  no ponto de abcissa 1.



9. Uma zona numa floresta foi atingida por um incêndio às 9 horas e 15 minutos.

Admita que a área ardida, em dezenas de hectares, da zona afetada pelo incêndio foi dada,  $t$  horas após o início do incêndio, por  $a(t) = -0,1t^3 + 0,3t^2 + 2,6t$ , com  $t \in [0, 6]$ .

9.1. Calcule e interprete:

9.1.1. a taxa média de variação da função  $a$  entre as 9 horas e 15 minutos e as 12 horas e 15 minutos;

9.1.2. a taxa de variação da função  $a$  às 14 horas e 15 minutos.

9.2. Sabe-se que a área ardida foi máxima num instante em que a reta tangente ao gráfico de  $a$  é horizontal.

Determine quando aconteceu esse instante, em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

FIM

## Formulário

### Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$ :

Progressão aritmética:  $\frac{n}{2}(u_1 + u_n)$

Progressão geométrica:  $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$



### COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.	8.	9.1.1.	9.1.2.	9.2.	200
8	14	18	14	14	8	8	18	8	14	12	8	14	14	14	14	