Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2020/2021)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 5

1.º Período 09/11/2020 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Considere o triângulo $[ABC]$ esquematizado no prédio da figura ao lado.

Sabe-se que:

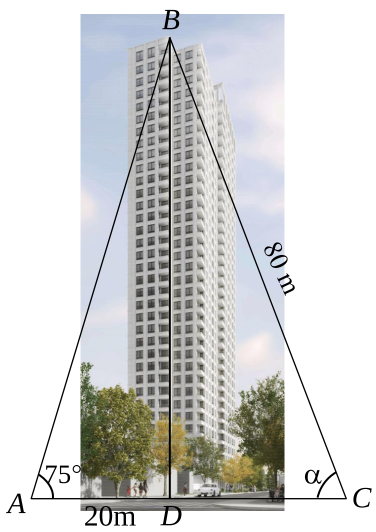
- o segmento de reta $[BD]$ representa a altura do prédio;
- $\overline{AD} = 20\text{ m}$;
- $\overline{BC} = 80\text{ m}$;
- $D\hat{A}B = 75°$.

Seja α a amplitude do ângulo DCB.

Atendendo aos dados da figura, determine α.

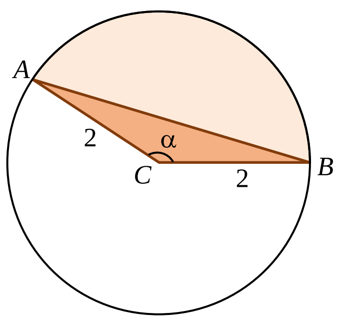
Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas.

Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.



2. Considere, na figura junta, o triângulo $[ABC]$ inscrito numa circunferência de centro C e raio 2.

Seja α a amplitude do ângulo ACB.



2.1. Suponha que, nas duas alíneas a seguir, $C\hat{A}B = 0{,}3\text{ rad}$.

2.1.1. Qual é o valor, em graus e minutos (arredondado às unidades), da amplitude do ângulo CAB?

(A) $21°45'$ **(B)** $21°03'$ **(C)** $17°19'$ **(D)** $17°11'$

2.1.2. Considere a rotação de centro C e ângulo generalizado (α, n), que transforma o ponto B no ponto A.

Quais são, em graus e arredondado às décimas, dois valores possíveis para α?

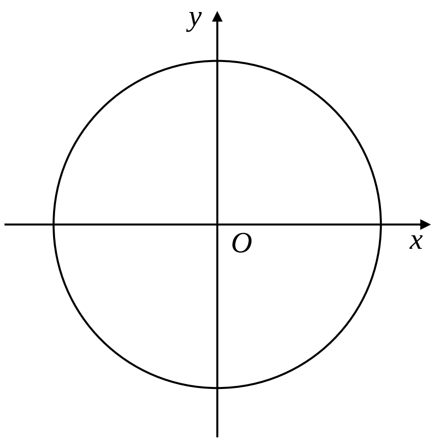
(A) $145{,}6°$ e $-214{,}4°$ **(B)** $151{,}2°$ e $-208{,}8°$ **(C)** $145{,}6°$ e $-34{,}4°$ **(D)** $151{,}2°$ e $-38{,}8°$

2.2. Admita que a área do setor circular, de ângulo ao centro α, é igual a $\frac{18\pi}{11}$.

Determine o valor de $\overline{AB}$.

Apresente o resultado arredondado às centésimas; se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

3. Considere o ângulo β tal que $\cos\beta = -\frac{2}{3} \wedge \beta \in \left]\pi, 2\pi\right[$.



3.1. Represente, na circunferência trigonométrica do lado, o ângulo β.

3.2. Qual é, com aproximação às centésimas do radiano, o valor de β ?

(A) 2,30

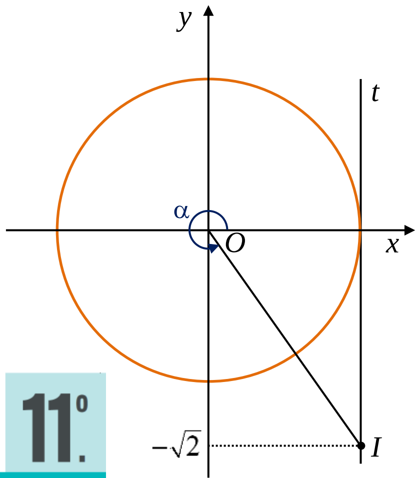
(B) 3,98

(C) 5,44

(D) –2,66

4. Na circunferência trigonométrica da figura, considere:

- a reta t, tangente à circunferência no ponto de coordenadas $(1,0)$;
- o segmento de reta $[OI]$, sendo I um ponto da reta t, de ordenada $-\sqrt{2}$;
- o ângulo de amplitude α, assinalado na figura e que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e lado extremidade o segmento de reta $[OI]$.



4.1. Sabendo que $\operatorname{sen}\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, qual é o valor de $4\operatorname{tg}(\pi-\alpha)\operatorname{sen}\frac{11\pi}{10}$?

(A) $\sqrt{10}-\sqrt{2}$

(B) $\sqrt{2}-\sqrt{10}$

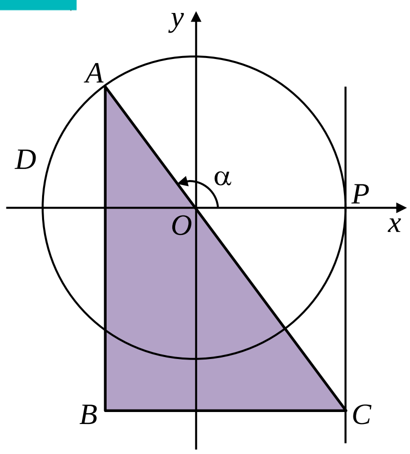
(C) $\frac{25\sqrt{5}}{32}$

(D) $-\frac{25\sqrt{5}}{32}$

4.2. Determine, sem usar a calculadora, o valor de:

$$\operatorname{sen}\frac{7\pi}{4} \times \operatorname{tg}\frac{7\pi}{6} + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \times \cos\frac{7\pi}{3}$$

5. Considere, na circunferência trigonométrica da figura do lado, o triângulo retângulo $[ABC]$ e a reta PC.



Sabe-se que:

- o ponto A pertence à circunferência e ao segundo quadrante;
- o ponto B pertence ao terceiro quadrante e a reta AB é paralela ao eixo Oy ;
- o ponto C pertence ao quarto quadrante e a reta BC é paralela ao eixo Ox ;
- o ponto O é a origem do referencial e pertence à reta AC;
- o ponto P pertence ao eixo Ox e a reta PC tem equação $x = 1$.

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é a semirreta $\dot{O}P$ e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$, com $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.

Qual das expressões seguintes dá a área do triângulo $[ABC]$, em função de α?

(A) $\operatorname{tg}\alpha - \frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+1}{2}$

(B) $\operatorname{tg}\alpha + \frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+1}{2}$

(C) $\operatorname{sen}\alpha - \frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{2}$

(D) $\operatorname{sen}\alpha + \frac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{2}$

6. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=6-2\operatorname{sen}(3x)$.

Usando processos exclusivamente analíticos, resolva as alíneas **6.1.**, e **6.2.**.

6.1. Prove que $\frac{2\pi}{3}$ é o período positivo mínimo da função f.

6.2. Resolva, em $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, a equação $f(x)=6+\sqrt{2}$.

6.3. Considere agora a função g, também de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=f\left(\frac{x}{3}\right)+1$.

No intervalo $\left[0,\pi\right]$, os gráficos das funções f e g intersetam-se algumas vezes.

Recorrendo à calculadora gráfica, determine as abcissas desses pontos.

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) necessária(s) à resolução deste problema;
- determine o(s) valor(es) pedido(s) com duas casas decimais.

7. Determine os valores possíveis para $k\in\mathbb{R}$ de modo que seja possível a condição seguinte.

$$\cos x=\frac{3k-1}{4}\wedge x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$$

8. Para os valores de x que dão sentido à expressão, mostre que $\frac{\cos^2 x}{1-\operatorname{sen}^2 x\cos^2 x-\cos^4 x}=\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}$.

FIM

COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	**2.1.1.**	**2.1.2.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	**7.**	**8.**	
18	8	8	18	18	8	8	22	8	15	18	18	18	15	**200**