# GRUPO I

**1.** $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee q)$ é verdadeira.

Para $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee q)$ ser **falsa** seria necessário que $p \wedge \sim q$ fosse verdadeira e $r \vee q$ falsa.

Para a conjunção $p \wedge \sim q$ ser verdadeira, *p* seria verdadeira e *q* falsa.

Para a disjunção $r \vee q$ ser falsa, *r* e *q* seriam ambas falsas.

Resumindo:

| $p$ | $q$ | $r$ |
|---|---|---|
| V | F | F |

**Resposta: (C)**

**2.** Se $p(x)$ é possível mas não universal em $\mathbb{N}$, então existe pelo menos um número natural que verifica $p(x)$ (possível) e existe pelo menos um número natural que não verifica $p(x)$ (não universal). Então, $\exists x \in \mathbb{N}, \ \sim p(x)$.

**Resposta: (C)**

**3.** $A = \{x \in \mathbb{R}: \ 1-2x > -7\}$ $\quad B = \{x \in \mathbb{R}: \ x \leq 0\}$

$1-2x > -7 \Leftrightarrow -2x > -8 \Leftrightarrow x < 4$

$A = ]-\infty, 4[ \ , \ B = ]-\infty, 0]$

$A \setminus B = A \cap \overline{B} = ]-\infty, 4[ \cap ]0, +\infty[ = ]0, 4[$

Como $9 < 12 < 16$, então $3 < \sqrt{12} < 4$.

Conclui-se que $\sqrt{12} \in A \setminus B$.

**Resposta: (D)**

**4.** Seja *l* a medida do lado do quadrado.

$l^2 = 20 \ \wedge \ l > 0 \ \Leftrightarrow \ l = \sqrt{20} \ \Leftrightarrow l = 2\sqrt{5}$

O perímetro do quadrado é dado por $4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$.

**Resposta: (B)**

**5.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

**Resposta: (A)**

# GRUPO II

**1.** $(p \wedge \sim r) \Rightarrow \sim s$ é falsa.

Tem-se então $p \wedge \sim r$ verdadeira e $\sim s$ falsa, o que nos permite afirmar que as proposições $p$ e $s$ são verdadeiras e $r$ é falsa.

Conclui-se que:

- O Pedro tem boné.
- O Rui tem boné.
- O Saul não tem boné.
  Então, o rapaz sem boné é o Saul.

**2.1.** $p(x): 2x^2+5x-3=0$

$$2x^2+5x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4} \Leftrightarrow x=-3 \vee x=\frac{1}{2}$$

Como $-3\notin\mathbb{N}$ e $\frac{1}{2}\notin\mathbb{N}$, o valor lógico da proposição $\exists x\in\mathbb{N}: p(x)$ é falso.

**2.2.** $\sim q(x): x-\frac{1-2x}{3}>1$

$$x-\frac{1-2x}{3}>1 \Leftrightarrow 3x-1+2x>3 \Leftrightarrow 5x>4 \Leftrightarrow x>\frac{4}{5}$$

$A=\left]\frac{4}{5},+\infty\right[$

**3.1.** $A=\{x\in\mathbb{R}: -3\le x<5\}$ e $B=\{x\in\mathbb{R}: 1-2x\ge x\}$

$1-2x\ge x \Leftrightarrow -3x\ge -1 \Leftrightarrow x\le\frac{1}{3}$

$A=[-3,5[$ ; $B=\left]-\infty,\frac{1}{3}\right]$

$C=A\cap B=\left[-3,-\frac{1}{3}\right]$

**3.2.** Como $b(x)$ é impossível em $\mathbb{N}$, não existe qualquer número natural que verifique $b(x)$.

Assim, $b(x)\wedge c(x)$ é impossível em $\mathbb{N}$, uma vez que o conjunto-solução, em $\mathbb{N}$, associado a $b(x)\wedge c(x)$, é o conjunto vazio.

$\forall x\in\mathbb{N}, \sim[b(x)\wedge c(x)]$

**3.3.** Em $\mathbb{R}$, $a(x)\Rightarrow b(x)$ é falsa, pois, por exemplo, $a(1)$ é verdadeira e $b(1)$ é falsa. $\exists x\in\mathbb{R}: a(x)\wedge\sim b(x)$ . Note-se que $A\not\subset B$.

**4.1.** Seja $\overline{AB} = x$ .

Pelo Teorema de Pitágoras, $x^2 + x^2 = \sqrt{12}^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 6$ .

Como $x > 0$ , tem-se $x = \sqrt{6}$ .

Designando por $V$ o volume do cubo, $V = \left(\sqrt{6}\right)^3 = \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 6^{\frac{3}{2}}$ .

**4.2.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{4+\overline{AC}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4+\sqrt{12}} = \dfrac{2\sqrt{3}\left(4-\sqrt{12}\right)}{\left(4+\sqrt{12}\right)\left(4-\sqrt{12}\right)} = \dfrac{8\sqrt{3}-2\sqrt{36}}{16-12} = \dfrac{8\sqrt{3}-12}{4} = 2\sqrt{3}-3$ , como se pretendia demonstrar.

**5.** Para $a = \sqrt[3]{4}$ e $b = \sqrt{2}$ tem-se:

$$a \times b = \sqrt[3]{4} \times \sqrt{2} = \sqrt[6]{4^2} \times \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{2^4 \times 2^3} = \sqrt[6]{2^7} = 2\sqrt[6]{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{2}$$

Para $a = 4^{\frac{1}{4}}$ e $b = 2^{-1}$ tem-se:

$$a \times b = 4^{\frac{1}{4}} \times 2^{-1} = \left(2^2\right)^{\frac{1}{4}} \times 2^{-1} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-1} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4^{\frac{1}{4}}}{2^{-1}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{-1}} \times = 2^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Assim, tem-se:

| $a$ | $b$ | $a \times b$ | $\frac{a}{b}$ |
|---|---|---|---|
| $\sqrt[3]{4}$ | $\sqrt{2}$ | $\boxed{2} \times \sqrt[6]{2}$ | $\sqrt[6]{\boxed{2}}$ |
| $4^{\frac{1}{4}}$ | $2^{-1}$ | $2^{\boxed{-\frac{1}{2}}}$ | $\sqrt{\boxed{\frac{1}{2}}}$ |

**6.** $a > 0$

$$\frac{a\sqrt[3]{a^2}}{a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}} = a^{\frac{3}{6}} = a^{\frac{1}{2}}$$

**7.** $\overline{OB}^2 = \sqrt{5}^2 + 2^2 \wedge \overline{OB} > 0 \Leftrightarrow \overline{OB} = \sqrt{9} \Leftrightarrow \overline{OB} = 3$ . Então, $\overline{OC} = 3$ .

$\overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA} = 3 - \sqrt{5}$

$\overline{AC}^2 = \left(3-\sqrt{5}\right)^2 = 9 - 6\sqrt{5} + 5 = 14 - 6\sqrt{5}$ , como queríamos mostrar.