	Cotações													
	1.ª Parte					2.ª Parte								
Questões	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.1.**	**2.2.a)**	**2.2.b)**	**2.3.**	**3.1.**	**3.2.**
Cotações	10	10	10	10	10	18	16	20	16	15	20	15	15	15

1.ª Parte

1. Por observação do gráfico, partindo do conhecimento da função $r(x)=\sqrt{x}$ e atendendo às transformações de funções, deduz-se que $b<0$, $a<0$ e $c>0$.

Opção (C)

2. O vértice da parábola representativa de *f* é $V(-2\ ,\ 3-2k)$ e a parábola tem a concavidade voltada para baixo. Para a função não ter zeros, tem-se $3-2k<0 \Leftrightarrow -2k<-3 \Leftrightarrow k>\frac{3}{2}$

Então, $k\in \left]\frac{3}{2}\ ,+\infty\right[$.

Opção (A)

3. Atendendo à simetria da parábola, o outro zero da parábola é 7.

Então, $f(7)\times f(4)=0\times f(4)=0$.

Opção (B)

4. Como -2 e 4 são zeros da função, o eixo de simetria é definido por $x=1$.

Então, $f(x)=a|x-1|+c$.

$\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(0)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+c=0 \\ a+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ c=6 \end{cases}$. Então, $f(x)=-2|x-1|+6$.

O gráfico de *g* obtém-se a partir do gráfico de *f* por uma translação de vetor $(5\ ,0)$ seguida de uma dilatação vertical de coeficiente 4, de uma reflexão de eixo *Ox* e de uma translação de vetor $(0,-1)$.

O contradomínio de *g* é, então, $[-25\ ,+\infty[$.

Opção (A)

5. $\left(f^{-1}\circ g\right)(3)=f^{-1}\left(g(3)\right)=f^{-1}(-2)$

Como f é uma função afim, sabe-se que é bijetiva, admitindo inversa f^{-1}.

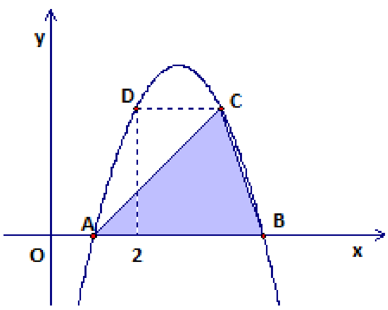
Sabe-se que $f^{-1}(-2)=x \Leftrightarrow f(x)=-2 \Leftrightarrow \frac{2x-5}{3}=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Então, $f^{-1}(-2)=-\frac{1}{2}$.

Opção (B)

2.ª Parte

1.



1.1. $f(x)=-x^2+6x-5=-\left(x^2-6x+5\right)=-\left(x^2-6x+3^2-3^2+5\right)=$

$=-\left((x-3)^2-4\right)=-(x-3)^2+4$

Então, $D_f'=\left]-\infty,4\right]$.

1.2. $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+6x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-20}}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-6\pm 4}{-2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=5$

$A(1,0)$ e $B(5,0)$

$f(2)=-2^2+6\times 2-5=-4+12-5=3$. Então, $D(2,3)$.

Note-se que $f(2)$ representa a altura do triângulo [ABC].

$f(x)=3 \Leftrightarrow -x^2+6x-5=3 \Leftrightarrow -x^2+6x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-32}}{-2} \Leftrightarrow x=2 \vee x=4$

$C(4,3)$.

Assim, tem-se $A_{[ABC]}=\frac{\overline{AB}\times f(2)}{2}=\frac{4\times 3}{2}=6$.

A área do triângulo [ABC] é de 6 unidades de área.

1.3. $f(x)\times i(x)\leq 0 \Leftrightarrow \left(-x^2+6x-5\right)\times\left(x^2-x\right)\leq 0$

Zeros de i:

$i(x)=0 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x^2-x=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1$

x	$-\infty$	0		1		5	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
$i(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)\times i(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

$f(x)\times i(x)\leq 0 \Leftrightarrow x\in\ ]-\infty,0]\cup[5,+\infty[\ \cup\{1\}$

2. $g(x)=|x+5|-4$ e $h(x)=x+\sqrt{3-4x}$.

2.1. Zeros de *g:*

$g(x)=0 \Leftrightarrow |x+5|-4=0 \Leftrightarrow |x+5|=4 \Leftrightarrow x+5=4 \vee x+5=-4 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-9$

Como o gráfico de *f* se obtém a partir do gráfico de g através de uma contração de coeficiente $\frac{1}{2}$, os zeros de f são $-\frac{9}{2}$ e $-\frac{1}{2}$.

2.2.

a) o domínio de *h*;

$D_h=\{x\in\mathbb{R}:\ 3-4x\geq 0\}$

$3-4x\geq 0 \Leftrightarrow -4x\geq -3 \Leftrightarrow x\leq\frac{3}{4}$

$D_h=\left]-\infty,\frac{3}{4}\right]$

b) $h(x)=g(-8) \Leftrightarrow x+\sqrt{3-4x}=|-8+5|-4 \Leftrightarrow x+\sqrt{3-4x}=-1 \Leftrightarrow \sqrt{3-4x}=-1-x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3-4x=(-1-x)^2 \wedge 3-4x\geq 0 \wedge -1-x\geq 0 \Leftrightarrow 3-4x=1+2x+x^2 \wedge 4x\leq 3 \wedge x\leq -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+6x-2=0 \wedge x\leq\frac{3}{4} \wedge x\leq -1 \Leftrightarrow$

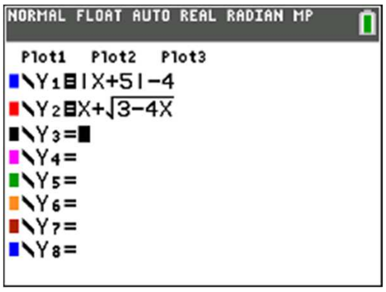
$\Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36+8}}{2} \wedge x\leq -1 \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm 2\sqrt{11}}{2} \wedge x\leq -1 \Leftrightarrow$

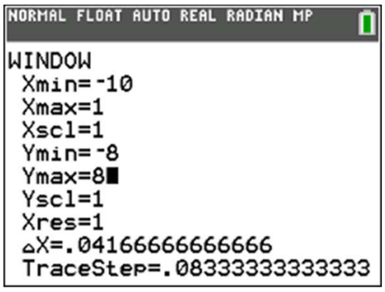
$\Leftrightarrow \left(x=-3-\sqrt{11} \vee x=-3+\sqrt{11}\right) \wedge x\leq -1$

Como $-3+\sqrt{11}>-1$, a única solução é $x=-3-\sqrt{11}$.

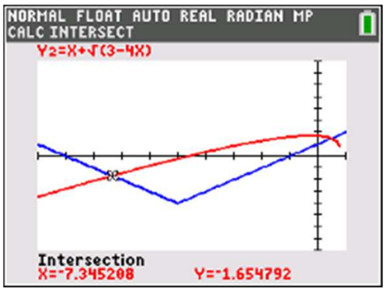
2.3. Inserem-se na calculadora gráfica as expressões das funções $g(x)=|x+5|-4$ e $h(x)=x+\sqrt{3-4x}$ definindo uma janela adequada atendendo aos domínios.

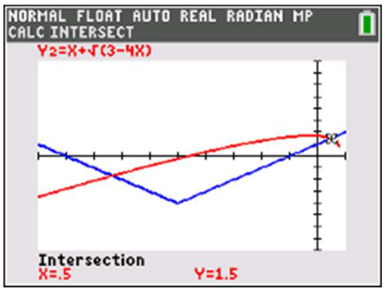
$D_h = \left]-\infty, \frac{3}{4}\right]$ e $D_g = \mathbb{R}$





Identificam-se as coordenadas dos pontos de interseção.





Os pontos de interseção são $(-7{,}3\ ;\ -1{,}7)$ e $(0{,}5\ ;\ 1{,}5)$

3.

Circunferência: $x^2+10x+y^2-8y=-16$

Reta *r*: $y=x+9$

3.1. $x^2+10x+y^2-8y=-16 \Leftrightarrow x^2+10x+25-25+y^2-8y+16-16=-16$

$\Leftrightarrow (x+5)^2-25+(y-4)^2-16=-16 \Leftrightarrow (x+5)^2+(y-4)^2=25$

Seja C o centro da circunferência. $C(-5\,,4)$

As coordenadas do ponto C são solução da equação $y=x+9$, pois $4=-5+9$.

3.2.

$$\begin{cases}(x+5)^2+(y-4)^2=25\\ y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+5)^2=9\\ y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+5=3 \vee x+5=-3\\ y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\ y=0\end{cases} \vee \begin{cases}x=-8\\ y=0\end{cases}$$

Coordenadas dos pontos de interseção da circunferência com o eixo das abcissas: $(-2\,,0)$ e $(-8\,,\,0)$.

Assim, $\overline{AB}=|-2-(-8)|=6$.

FIM