SÍNTESE

1. Proposições

Uma **Proposição** é uma expressão à qual se pode atribuir um valor lógico "verdadeiro" ou "falso".

Negação

p	$\sim p$
V	F
F	V

Conjunção

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Propriedades	Conjunção	Disjunção
Comutatividade	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$	$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
Associatividade	$((p \wedge q) \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$	$((p \vee q) \vee r) \Leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$
Existência de elemento neutro	$(p \wedge \text{V}) \Leftrightarrow (\text{V} \wedge p) \Leftrightarrow p$ V é o elemento neutro	$(p \vee \text{F}) \Leftrightarrow (\text{F} \vee p) \Leftrightarrow p$ F é o elemento neutro
Existência de elemento absorvente	$(p \wedge \text{F}) \Leftrightarrow (\text{F} \wedge p) \Leftrightarrow \text{F}$ F é o elemento absorvente	$(p \vee \text{V}) \Leftrightarrow (\text{V} \vee p) \Leftrightarrow \text{V}$ V é o elemento absorvente
Idempotência	$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$	$(p \vee p) \Leftrightarrow p$
Distributividade da conjunção em relação à disjunção	$(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	
Distributividade da disjunção em relação à conjunção	$(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	

Lei da dupla negação: $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$

Primeiras leis de De Morgan

- $(\sim(p \wedge q)) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
- $(\sim(p \vee q)) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

Implicação

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Equivalência

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

SÍNTESE

Princípio do terceiro excluído: $(p \vee \sim p) \Leftrightarrow \text{V}$

Princípio de não contradição: $(p \wedge \sim p) \Leftrightarrow \text{F}$

Transitividade: $[((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)] \Leftrightarrow \text{V}$

Relação da implicação com a disjunção e negação: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

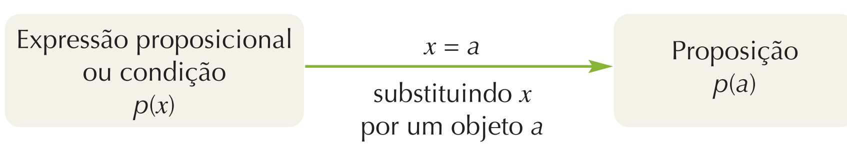
Negação da implicação: $(\sim(p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

Implicação contrarrecíproca: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((\sim q) \Rightarrow (\sim p))$

Prioridades das operações lógicas
Numa expressão com várias operações lógicas, devem-se efetuar, por esta ordem:
1.º a negação;
2.º a conjunção e a disjunção;
3.º a implicação e a equivalência.

2. Condições e conjuntos

Uma **Expressão proposicional** ou **condição** é uma expressão com variáveis que se transforma numa proposição quando se substituem essas variáveis por objetos do domínio considerado.



Sejam $p(x)$, $u(x)$ e $i(x)$ condições definidas num conjunto U, tais que $u(x)$ designa uma condição universal e $i(x)$ designa uma condição impossível. Tem-se que:

- $p(x) \wedge i(x) \Leftrightarrow i(x)$
- $p(x) \wedge u(x) \Leftrightarrow p(x)$
- $p(x) \vee i(x) \Leftrightarrow p(x)$
- $p(x) \vee u(x) \Leftrightarrow u(x)$

A negação de uma condição universal é uma condição impossível.

Se $p(x) \Rightarrow q(x)$ é uma condição universal, então $p(x)$ é **condição suficiente** para que se verifique $q(x)$ e $q(x)$ é **condição necessária** para que se verifique $p(x)$.

O **quantificador universal** representa-se pelo símbolo $\forall$.

O **quantificador existencial** representa-se pelo símbolo $\exists$.

A relação entre os quantificadores de uma condição e a classificação dessa mesma condição pode ser resumida neste diagrama:

$\forall\, x \in U,\ p(x)$
- é uma proposição verdadeira. ⟷ $p(x)$ é uma condição universal.
- é uma proposição falsa. ⟷ Existe um contraexemplo ⟷ $p(x)$ não é uma condição universal.

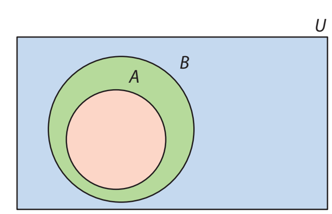
$\exists\, x \in U\colon\ p(x)$
- é uma proposição verdadeira. ⟷ $p(x)$ é uma condição possível.
- é uma proposição falsa. ⟷ $p(x)$ é uma condição impossível.

Segundas leis de De Morgan

- $\sim(\forall\, x \in U,\ p(x)) \Leftrightarrow \exists\, x \in U\colon \sim p(x)$
- $\sim(\exists\, x \in U\colon\ p(x)) \Leftrightarrow \forall\, x \in U,\ \sim p(x)$

A* é um subconjunto de *B se $\forall\, x,\ x \in A \Rightarrow x \in B$.
Escreve-se $A \subset B$.

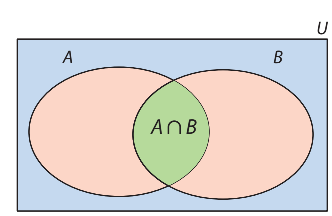
Implicação entre condições ⟷ **Inclusão de conjuntos**



Princípio da dupla inclusão: $A = B$ se e só se $A \subset B$ e $B \subset A$.

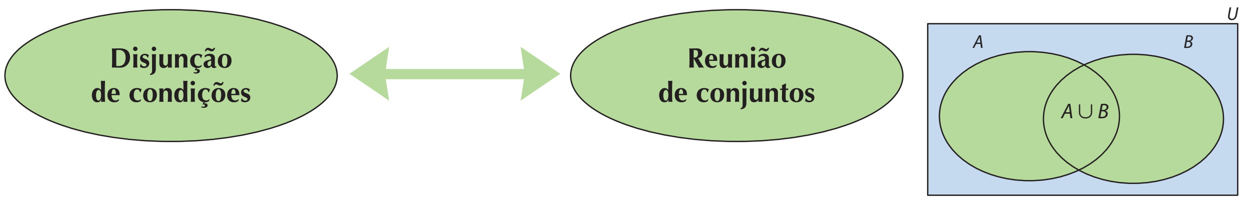
Interseção de *A* com *B*: $A \cap B = \{x\colon x \in A \wedge x \in B\}$

Conjunção de condições ⟷ **Interseção de conjuntos**

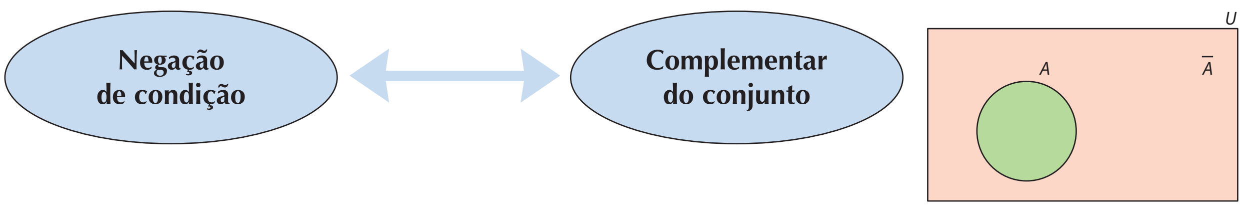


SÍNTESE

Reunião de *A* com *B*: $A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$



Complementar de um conjunto *A*: $\overline{A} = \{x \in U : x \notin A\}$



Diferença entre *A* e *B*: $A \backslash B = \{x \in A : x \notin B\}$

Se $B \subset A$, designa-se por **complementar de *B* em *A***.