
Teste de Matemática A

2015 / 2016

Teste N.º 4
Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ Turma: _____



Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Considere a proposição: "Existe pelo menos um número racional cujo quadrado é 4 e que é superior a $\frac{3}{2}$ ".

Qual das seguintes expressões traduz em linguagem simbólica a negação desta proposição?

(A) $\exists x \in \mathbb{Q}: x^2 = 4 \wedge x > \frac{3}{2}$

(B) $\exists x \in \mathbb{Q}: x^2 \neq 4 \vee x \leq \frac{3}{2}$

(C) $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 = 4 \wedge x > \frac{3}{2}$

(D) $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 \neq 4 \vee x \leq \frac{3}{2}$

2. Sejam $A(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ e $B(x) = x^2 + 2$.

Qual é o resto da divisão inteira de $A(x)$ por $B(x)$?

(A) $-6x + 7$

(B) $2x - 3$

(C) $-3x^2 - 6x + 1$

(D) $2x - 5$



3. Considere no plano dois pontos A e B e seja M o ponto médio de $[AB]$.

Qual é o conjunto dos pontos P do plano que verificam a condição $\overline{PM} = \frac{\overline{AB}}{2}$?

- (A) A mediatriz de $[AB]$.
- (B) A circunferência de diâmetro $[AB]$.
- (C) Uma elipse de focos A e B .
- (D) A circunferência de centro A e raio \overline{AB} .

4. Indique qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela ao eixo Ox .

- (A) $x = 1 \wedge y = 1 \wedge z = 1$
- (B) $x = 1 \wedge y = 1$
- (C) $y = 1 \wedge z = 1$
- (D) $y = 1$

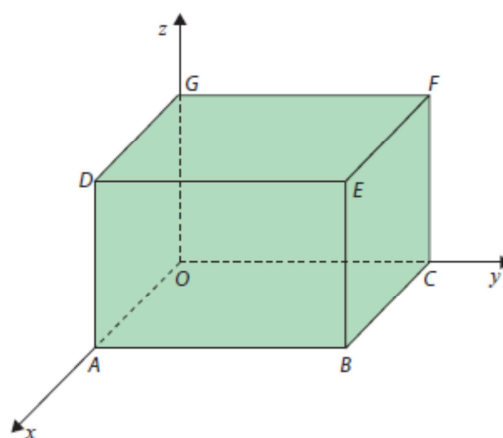
5. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo.

Sabe-se que:

- o vértice O é a origem do referencial;
- o vértice A pertence ao eixo Ox ;
- o vértice C pertence ao eixo Oy ;
- o vértice G pertence ao eixo Oz ;
- o vértice E tem coordenadas $(5, 4, 6)$.

Qual das condições seguintes define a reta BF ?

- (A) $(x, y, z) = (-5, 0, 6) + k(0, 4, 6), k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (5, 4, 0) + k(5, 0, -6), k \in \mathbb{R}$
- (C) $5x + 4y + 6z = 0$
- (D) $x = 5 \wedge y = 0 \wedge z = -6$



Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

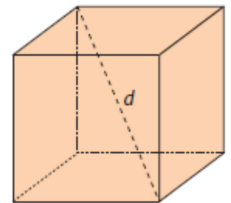
Atenção: Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Considere, em \mathbb{R} , os conjuntos $A = \left\{x \in \mathbb{R}: \frac{1-x}{3} > 2\right\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 5x \geq 0\}$.

Determine e apresente sob a forma de intervalo de números reais, ou de reunião de intervalos de números reais, o conjunto $\bar{A} \setminus \bar{B}$.

2. Fixada uma unidade de comprimento, considere um cubo de diagonal espacial d e de volume V .

Mostre que o volume do cubo pode ser dado por $V = \frac{\sqrt{3}}{9} d^3$.



3. Considere o polinómio $P(x) = x^3 - 4x + 3$.

3.1. Sabe-se que a é raiz do polinómio $P(x)$ e que o resto da divisão de $P(x)$ por $x - 2a$ é 3. Determine o valor de a .

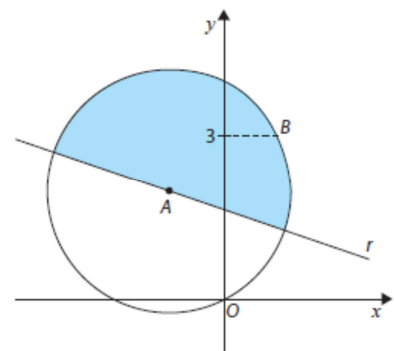
3.2. Resolva a inequação $P(x) < 3x^2 - 3x$.

Apresente o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

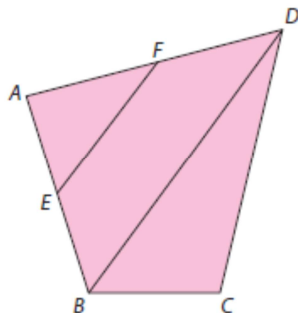
4. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy :

- a circunferência de centro $A(-1, 2)$ que passa na origem do referencial;
- o ponto B que pertence à circunferência e tem ordenada 3 e abscissa positiva;
- a reta r , mediatriz de $[OB]$.

Defina, por meio de uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.



5. Na figura está representado um quadrilátero $[ABCD]$.



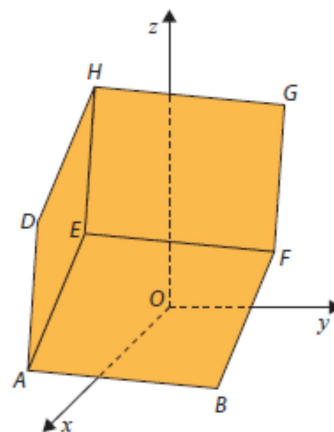
Os pontos E e F são os pontos médios dos lados $[AB]$ e $[DA]$, respetivamente.

Utilizando cálculo vetorial, prove que as retas EF e BD são paralelas.

6. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto C não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(11, -1, 2)$;
- o ponto B tem coordenadas $(8, 5, 0)$;
- o ponto D tem coordenadas $(5, -3, 5)$;
- o ponto E tem coordenadas $(13, 2, 8)$.



6.1. Determine as coordenadas do ponto C .

6.2. Determine o volume do cubo.

6.3. Escreva um sistema de equações paramétricas da reta que passa em E e é paralela à reta BD .

6.4. Escreva uma condição que defina a esfera inscrita no cubo e que seja tangente a todas as suas faces.

6.5. Determine o valor de a para o qual o ponto $P(1 + 2a, -a, -a)$ pertence à reta AE .

– FIM –

COTAÇÕES

Grupo I	50
Cada resposta certa	10
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada.....	0
Grupo II	150
1.	15
2.	15
3.	30
3.1.	15
3.2.	15
4.	15
5.	15
6.	60
6.1.	10
6.2.	10
6.3.	10
6.4.	15
6.5.	15
TOTAL	200

