
Teste de Matemática A

2016 / 2017

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____



Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Considere a proposição a cuja tabela de verdade é:

p	q	a
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Qual das seguintes proposições é equivalente à proposição a ?

- (A) $\sim p \vee \sim q$
- (B) $\sim p \wedge \sim q$
- (C) $\sim p \vee q$
- (D) $p \wedge \sim q$

2. Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - x = 6\}$ e $B = \left\{x \in \mathbb{R}: \frac{x+2}{2} \leq x + 3\right\}$. Qual das seguintes proposições é verdadeira?

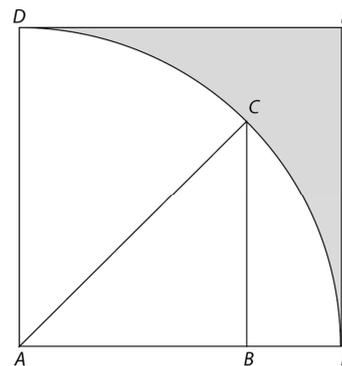
- (A) $\exists x \in \mathbb{R}: x \in A \wedge x \notin B$
- (B) $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \vee x \in B$
- (C) $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \vee x \notin B$
- (D) $\exists x \in \mathbb{R}: x \notin A \wedge x \in B$

3. Na figura estão representados um triângulo retângulo isósceles $[ABC]$ tal que $\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, um quarto de circunferência de centro A e raio \overline{AC} e um quadrado $[AEFD]$.

As retas DF e FE são tangentes à circunferência em D e em E , respectivamente.

Qual é a medida da área da região sombreada?

- (A) $\frac{1}{4}(4 - \pi)$ (B) $\frac{1}{4}(\pi - 2)$
 (C) $2\left(1 - \frac{1}{4}\pi\right)$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}(4 - \pi)$



4. Qual das seguintes expressões representa a expressão $\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ com denominador racionalizado para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}^+$ tais que $b \neq a^2$?

- (A) $a + \sqrt{b}$ (B) $a\sqrt{b} - b$
 (C) $\frac{a\sqrt{b}-b}{a^2+b}$ (D) $\frac{a\sqrt{b}+b}{a^2-b}$

5. Considera o polinómio $P(x) = x^3 + x^2 + kx + 15$. Sabe-se que o resto da divisão de $P(x)$ por $x - 2$ é igual a -7 . Qual é o valor de k ?

- (A) -17
 (B) -2
 (C) 2
 (D) 9

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Sejam p e q duas proposições. Mostre que a proposição $((p \vee q) \wedge (p \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$ é equivalente a $\sim p \vee q \vee r$, utilizando apenas as propriedades das operações lógicas.

2. Considere as proposições:

$$p: \sqrt{(-2)^2} = -2$$

$$q: \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^3}$$

$$r: \sqrt{\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

Indique, justificando, o valor lógico de $(p \vee \sim q \vee \sim r) \Rightarrow (\sim p \wedge q \wedge r)$.

3. Considere a condição $p(x): x^3 - x = 0 \Rightarrow x < 0$.

3.1. Escreva a implicação contrarrecíproca da condição dada.

3.2. Indique, justificando, o valor lógico da proposição $\exists x \in \mathbb{R}: p(x)$.

3.3. Escreva uma proposição equivalente à negação da proposição referida na alínea anterior, sem utilizar o símbolo de negação.

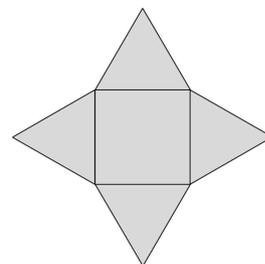
4. Considere a expressão $A = (2x^6y^8)^{-\frac{1}{4}} \times \sqrt[4]{8x^{-2}}$, onde x e y representam números reais positivos.

4.1. Mostre que $A = \frac{\sqrt{2}}{(xy)^2}$.

4.2. Determine o valor de A para $x = \sqrt[3]{4}$ e $y = \sqrt{2}$. Apresente o resultado na forma de potência de base 2.

5. Na figura está representada uma planificação de uma pirâmide quadrangular regular cujas arestas laterais medem a .

Prove que a área total da pirâmide é dada em função de a por $(1 + \sqrt{3})a^2$.



6. Considere o polinómio $P(x) = -3x^4 + 6x^3 + 21x^2 - 60x + 36$. Sabe-se que 2 é uma raiz dupla de $P(x)$.

6.1. Apresente, justificando, uma expressão simplificada para o valor de $P(\sqrt{2})$.

6.2. Escreva $P(x)$ como produto de polinómios de grau não superior a 1.

6.3. Determine os valores de x que satisfazem a condição $P(x) > -3x^4 - 15x + 36$.

– FIM –

COTAÇÕES

Grupo I 50

Cada resposta certa 10

Cada resposta errada 0

Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II 150

1. 15

2. 15

3. 35

3.1. 10

3.2. 15

3.3. 10

4. 30

4.1. 15

4.2. 15

5. 15

6. 40

6.1. 10

6.2. 15

6.3. 15

TOTAL 200