Teste de Matemática A

2016 / 2017

Teste N.º 1

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ____ Turma: ____

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Sejam p, q e r três proposições quaisquer. Qual das seguintes afirmações é falsa?

(A) Se p é verdadeira e $\sim q$ é falsa, então $p \wedge q$ é verdadeira.

(B) A proposição $p \Rightarrow (q \vee r)$ é equivalente à proposição $\sim p \vee q \vee r$.

(C) A proposição $p \vee (q \wedge r)$ é equivalente à proposição $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

(D) Se p é verdadeira, q é falsa e r é falsa, então $p \vee (q \wedge r)$ é verdadeira.

2. Sabendo que a proposição $\sim p \wedge q$ é verdadeira, quais podem ser as proposições p e q?

(A) p: "15 é um número primo" e q: "todos os números primos são ímpares".

(B) p: "2 é um número primo" e q: "4 é um divisor de 18".

(C) p: "1005 é um múltiplo de 5" e q: "1005 é divisível por 3".

(D) p: "3 é divisor de 23" e q: "29 é um número primo".

3. Considere a proposição $\forall x, (x \leq 2 \ \vee \ x > 1)$. Qual das seguintes proposições é equivalente à negação da anterior?

(A) $\forall x, (x > 2 \ \wedge \ x \leq 1)$

(B) $\exists x: (x > 2 \ \wedge \ x \leq 1)$

(C) $\exists x: (x > 2 \ \vee \ x \leq 1)$

(D) $\exists x: (x \geq 2 \ \wedge \ x < 1)$

4. Considere a condição $x^3 + x^2 + 2x = -x^3 + x^2$. Relativamente a esta equação, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) A condição é universal em $\mathbb{R}$.

(B) A condição é possível em $\mathbb{R}$ e o seu conjunto-solução é $\{0\}$.

(C) A condição é possível em $\mathbb{R}$ e o seu conjunto-solução é $\{-1, 0, 1\}$.

(D) A condição é impossível em $\mathbb{R}$.

5. Sejam A e B os seguintes conjuntos de números reais:

$$A = \left\{x \in \mathbb{R}: 2x - \frac{1}{2} \leq 3x\right\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z}: 3x > -4 \ \wedge \ 4x \leq 9\}$$

Qual dos seguintes conjuntos representa $B \backslash A$?

(A) $\{-1\}$

(B) $\{0, 1, 2\}$

(C) $\left]-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right]$

(D) $\left]-\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}\right[$

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Considere as proposições p, q e r:

p: "Um quadrado não é um retângulo."

q: "Um retângulo é um paralelogramo."

r: "Um quadrado é um paralelogramo."

1.1. Traduza em linguagem corrente as seguintes proposições.

1.1.1. $\sim p \ \wedge \sim q \ \wedge \ r$

1.1.2. $p \Rightarrow \sim(q \ \vee \ r)$

1.2. Traduza em linguagem simbólica a proposição "Se um quadrado não é um retângulo e um retângulo é um paralelogramo, então um quadrado não é um paralelogramo".
Traduza também em linguagem simbólica a negação da proposição anterior, simplificando-a.

1.3. Determine o valor lógico da proposição $\sim\left(p \Rightarrow (q \ \wedge \sim r)\right)$.

2. Considere duas proposições p e q. Mostre que a proposição $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ é equivalente a $\sim q$, recorrendo:

2.1. a uma tabela de verdade;

2.2. às propriedades das operações lógicas.

3. Considere as proposições p, q e r:

p: "O João vai ao cinema."
q: "O João vai ao futebol."
r: "O João vai às compras."

Sabendo que a proposição $\big(p \vee (\sim q \Rightarrow r)\big) \wedge \sim(q \vee r)$ é verdadeira, determine o que pode concluir sobre o João.

4. Classifique cada uma das seguintes condições, no universo indicado.

4.1. $x^2 + 4 \geq 0$, em $\mathbb{Z}^-$

4.2. $x^3 - 8 = 0 \wedge |x| \leq 2$, em $\mathbb{R}$

5. Considere, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

$p(x): x^2 - 4x + 3 = 0$
$q(x): x - \frac{5}{4} \geq -\frac{x+1}{2}$
$r(x): x^2 > 9$

5.1. Determine o conjunto-solução de $p(x) \vee \big(q(x) \wedge\ r(x)\big)$.

5.2. Indique, justificando, o valor lógico da proposição $\forall x, q(x) \Rightarrow r(x)$.

5.3. Apresente uma proposição equivalente à negação da proposição $\exists x: p(x) \Rightarrow q(x)$, sem utilizar o símbolo $\sim$.

5.4. Sendo $P = \{x: p(x)\}$ e $Q = \{x: q(x)\}$, defina em extensão o conjunto $\bar{P} \cap Q$.

6. Demonstre, por contrarrecíproco, que, para todo o número natural n, se $3n + 5$ é um número natural ímpar, então n é um número natural par.

– FIM –

COTAÇÕES

Grupo I 50

Cada resposta certa 10
Cada resposta errada... 0
Cada questão não respondida ou anulada.............................. 0

Grupo II 150

1. 30
   1.1. 10
   1.2. 10
   1.3. 10
2. 30
   2.1. 15
   2.2. 15
3. 15
4. 10
   4.1. 5
   4.2. 5
5. 50
   5.1. 20
   5.2. 10
   5.3. 10
   5.4. 10
6. 15

TOTAL 200